



Escola Politècnica Superior  
d'Edificació de Barcelona

UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE CATALUNYA

# **MÁSTER EN EDIFICACIÓN**

## **TRABAJO FINAL DE MÁSTER**

### **ESTUDIO PARAMÉTRICO DE BÓVEDAS PARABÓLICAS DE CERÁMICA ARMADA MEDIANTE EL MÉTODO DEL ANÁLISIS LÍMITE**

<b>Proyectista:</b>	<b>Óscar Alarcón Gener</b>
<b>Directora:</b>	<b>Isabel Serrà Martín</b>
<b>Convocatoria:</b>	<b>FEBRERO 2014</b>



## **RESUMEN**

La presente tesina de final de Master expone el estudio numérico de la influencia de diversas variables que definen una bóveda de cerámica armada con directriz parabólica en su capacidad portante. El estudio paramétrico, que cuenta con más de 200 casos analizados, pretende obtener conclusiones precisas acerca de las variables que tienen un mayor impacto en la capacidad resistente de esta solución constructiva y definir las características que debe tener un buen predimensionado, optimizando al máximo el rendimiento de los materiales. Las variables analizadas son la curva directriz, luz y flecha de la bóveda, la resistencia combinada mortero-cerámica, la posición más desfavorable de una carga puntual, el peso propio del material, la posición del armado y las resistencias características de los materiales.

Con el propósito de fundamentar teóricamente el estudio realizado, previamente se exponen los orígenes históricos de la cerámica armada, así como su aplicación concreta a la tipología constructiva de bóvedas. Para ello, se presenta un breve resumen que repasa cronológicamente las primeras construcciones de bóvedas de gravedad de mampostería con directriz circunferencial hasta las aplicaciones de la cerámica armada por Eladio Dieste (1952) y las propuestas de semiprefabricados, como en la tesis doctoral de Vicente Sarrablo (2002).

Se presenta el método de cálculo utilizado para la obtención del estado de colapso de las estructuras, el método del análisis límite. Primeramente, se exponen los conceptos y formulaciones necesarios para la aplicación del método de una manera genérica para, en segunda instancia, adaptar el método a la solución constructiva estudiada. Este proceso de cálculo es automatizado en una hoja Excel que sirve para agilizar la fase de obtención de resultados del estudio paramétrico.

Estos pasos previos permiten abordar el cuerpo de la tesina, el estudio paramétrico, que analiza por separado las variables comentadas anteriormente. Se observa la influencia de los parámetros en la capacidad resistente de las estructuras, graficando y analizando los valores de las cargas puntuales últimas y los empujes que éstas generan en los apoyos de las bóvedas. También se propone un método que permite generar ábacos adimensionales para el predimensionamiento de bóvedas de cerámica armada en función de la calidad del mortero y la cantidad de armado.

Las conclusiones parciales, obtenidas para el estudio de cada una de las variables, se agrupan y unifican formulando conclusiones generales y específicas acerca del comportamiento estructural de bóvedas de cerámica armada. Se establecen criterios prácticos para el dimensionamiento, así como las ventajas e inconvenientes de la aplicación de diversas características globales y seccionales en la solución estructural estudiada. Para finalizar, debido al alcance parcial del estudio, se recomiendan futuras líneas de investigación que sirvan para completar y corroborar las conclusiones finales obtenidas.



## ÍNDICE

1	INTRODUCCIÓN.....	5
1.1	Objetivos .....	5
1.1.1	Objetivo general .....	5
1.1.2	Objetivos específicos .....	5
1.2	Contenido .....	6
2	ESTADO DEL ARTE .....	7
2.1	Cerámica armada.....	7
2.2	Cubiertas cerámicas.....	8
2.2.1	Antecedentes históricos .....	9
2.2.2	Bóvedas tabicadas.....	10
2.2.3	Cubiertas laminares de cerámica armada .....	11
2.3	Análisis estructural .....	13
2.3.1	Estática gráfica.....	13
2.3.2	Teoría plástica.....	14
2.3.3	Análisis límite .....	15
3	APLICACIÓN DEL MÉTODO DEL ANÁLISIS LÍMITE .....	19
3.1	Desarrollo del método .....	19
3.1.1	Geometría y condiciones de contorno .....	19
3.1.2	Generación de los límites de resistencia .....	20
3.1.3	Generación de la línea de empujes .....	24
3.2	Automatización de la hoja de cálculo .....	25
3.2.1	Alcance de la hoja de cálculo.....	25
3.2.2	Geometría y condiciones de contorno .....	26
3.2.3	Generación de los límites de resistencia y la línea de empujes .....	27
3.2.4	Representación gráfica de los resultados .....	28
3.2.5	Metodología de uso.....	29
3.3	Verificación de la herramienta.....	31
3.3.1	Ensayos experimentales .....	31
3.3.2	Comparación con el método del análisis límite .....	32
3.3.3	Conclusiones.....	34
4	ESTUDIO PARAMÉTRICO .....	35
4.1	Definición de las variables analizadas .....	35
4.2	Curva directriz de la bóveda.....	36
4.2.1	Resultados .....	37
4.2.2	Conclusiones parciales .....	38
4.3	Resistencia combinada a compresión según el EC6 .....	39
4.3.1	Resultados .....	39
4.3.2	Conclusiones parciales .....	40
4.4	Posición más desfavorable para cargas puntuales.....	41
4.4.1	Resultados .....	41
4.4.2	Conclusiones parciales .....	43
4.5	Influencia del peso propio de la cerámica armada.....	43

4.5.1	Resultados .....	44
4.5.2	Conclusiones parciales .....	44
4.6	Geometría global de la bóveda parabólica .....	45
4.6.1	Resultados .....	45
4.6.2	Conclusiones parciales .....	46
4.7	Relación entre el armado superior e inferior .....	47
4.7.1	Resultados .....	47
4.7.2	Conclusiones parciales .....	49
4.8	Posición óptima de una malla única de armado .....	49
4.8.1	Resultados .....	49
4.8.2	Conclusiones parciales .....	50
4.9	Calidad del mortero y cantidad de armado .....	51
4.9.1	Resultados .....	51
4.9.2	Conclusiones parciales .....	53
4.10	Generación de ábacos de predimensionado .....	53
4.10.1	Método propuesto .....	53
4.10.2	Conclusiones parciales .....	58
5	CONCLUSIONES .....	59
5.1	Conclusiones generales .....	59
5.2	Conclusiones específicas .....	59
5.3	Futuras líneas de investigación .....	60
6	BIBLIOGRAFIA .....	61
	AGRADECIMIENTOS .....	63

## ANEJOS

Anejo A – Interfaz de la hoja de cálculo

Anejo B – Listado de resultados del estudio

## 1 INTRODUCCIÓN

La cerámica armada ha experimentado, en las últimas décadas, una gran evolución en su aplicación concreta en bóvedas esbeltas. A lo largo de este período, se han realizado diversos estudios con el objetivo de comprender el comportamiento de esta solución constructiva, desde las aplicaciones pioneras de Eladio Dieste (1952) hasta las propuestas de semiprefabricados, como la presentada en la tesis doctoral de Vicente Sarrablo (2002). En ellos se ha podido observar un gran rendimiento del material mencionado en bóvedas frente a su directo competidor, el hormigón armado, desde un punto de vista económico y resistente. Las conclusiones extraídas de estos estudios promueven el interés de aplicación de esta solución constructiva e incitan a profundizar en el conocimiento de este tipo de estructuras y de las variables que definen la capacidad resistente de las mismas.

Al tratarse de una solución constructiva de estudio relativamente joven, existe escasa información que proponga criterios técnicos y prácticos que faciliten el proceso de dimensionado. Además, su presencia en las normativas europeas y españolas está todavía en proceso. Por lo tanto, a través la bibliografía consultada sobre esta temática, se observa la necesidad de estudiar en profundidad diversos parámetros relacionados con la configuración seccional de la cerámica armada (recubrimientos, espesor de la capa de compresión, canto total, cantidad de armado, calidad del mortero) y la geometría global de las bóvedas (distancia entre apoyos, flecha, curva directriz) para conocer su impacto en el comportamiento resistente de estas estructuras.

### 1.1 Objetivos

#### 1.1.1 Objetivo general

El objetivo general de la presente tesina es poder determinar diversos criterios de predimensionado de bóvedas parabólicas de cerámica armada. Para poder lograr este objetivo se contempla incidir en las características geométricas y resistentes de diferentes bóvedas mediante la modificación de variables como: la curva directriz de la bóveda, el peso propio del material, la geometría global de la bóveda, la posición del armado y las capacidades mecánicas de los materiales utilizados.

El análisis de las diferentes características de una bóveda se realiza por separado, obteniendo conclusiones parciales acerca de la influencia de cada una de éstas en el comportamiento y capacidad portante de las bóvedas. Finalmente, los conocimientos específicos son unificados, alcanzando el objetivo general y formulando criterios de predimensionado generalistas.

Adicionalmente, motivado por los resultados recopilados en el estudio, se propone un método que permite la generación de ábacos adimensionales que agilizan el proceso de cálculo de la carga última que es capaz de soportar una bóveda de cerámica armada.

#### 1.1.2 Objetivos específicos

Para poder alcanzar el objetivo general se establecen una serie de objetivos secundarios que se detallan a continuación:

- Definir el objeto de estudio, exponiendo sus características geométricas y resistentes.
- Presentar el proceso de cálculo necesario para aplicar el método del análisis límite en la tipología estructural analizada.
- Automatizar el método del análisis límite en una hoja de cálculo.
- Establecer y realizar el estudio sobre casos que permitan analizar la influencia de los parámetros de diseño más relevantes.

## 1.2 Contenido

La tesina se divide en un total de 4 capítulos, necesarios para la total comprensión del documento y el seguimiento del proceso realizado para alcanzar los objetivos planteados.

En el capítulo 2 se encuentra el estado del arte, que incluye los orígenes históricos de la cerámica armada y la bóveda, desde sus orígenes y aplicaciones más conocidas hasta la solución constructiva estudiada. En un segundo bloque, se exponen los métodos gráficos y de cálculo que sirven de base para el desarrollo del método del análisis límite, empleado en la presente tesina para obtener la carga última de las estructuras analizadas, así como sus bases teóricas y conceptuales.

En el capítulo 3 se expone en detalle el método del análisis límite, describiendo en mayor profundidad los conceptos clave para entender el proceso de cálculo utilizado. Se presenta la formulación utilizada en el método, así como sus límites de aplicación. Por otro lado, se aplican las ecuaciones y procesos presentados a una hoja de cálculo automatizada que sirve para agilizar los cálculos necesarios para el posterior estudio paramétrico. También se establece el alcance de la herramienta, adaptándola a las necesidades específicas de la presente tesina. Una vez programada la hoja de cálculo, se presenta una metodología de uso recomendada y se verifica el correcto funcionamiento de ésta mediante el cálculo de casos experimentales recogidos de campañas experimentales previas.

En el capítulo 4 se desarrolla el estudio paramétrico, estableciendo un apartado para el análisis de cada variable. En cada uno de ellos se especifica el interés práctico del estudio parcial, la metodología seguida y los casos estudiados. Posteriormente, los resultados obtenidos se presentan en tablas y figuras que facilitan la comprensión del estudio de una manera mucho más visual. A partir de eso, se formulan una serie de conclusiones parciales acerca de la influencia de los parámetros estudiados en el comportamiento estructural y la capacidad portante de las bóvedas. Por otro lado, en el último apartado se propone un método para la generación de ábacos adimensionales de cálculo con el objetivo de agilizar el proceso de predimensionado de este tipo de estructuras y se razona su viabilidad.

Finalmente, en el capítulo 5, se recopilan las conclusiones parciales extraídas de los análisis de las diferentes variables estudiadas, dotándolas de un sentido técnico y práctico para su aplicación en posteriores procesos de dimensionamiento en fase de proyecto. Esto permite unificar los conocimientos obtenidos a lo largo del estudio paramétrico, comprobar que ninguno de ellos se contradice, siendo los resultados hallados totalmente compatibles, y conocer si los objetivos planteados inicialmente son alcanzados.



## 2 ESTADO DEL ARTE

El objetivo de este capítulo es explicar la situación actual de la cerámica armada, los orígenes de ésta y la tipología estructural de aplicación. Se pretende situar el marco histórico origen del método del análisis límite, así como sus principios y campos de aplicación. Esto permite dar credibilidad al posterior estudio paramétrico.

Los apartados en los que se divide este capítulo tratan del material, tipología estructural y método de cálculo utilizado. En cuanto al material, se presenta la cerámica armada estableciendo los orígenes de las estructuras de mampostería y explicando el porqué de la introducción de refuerzos de acero en ella. Además, se realiza repaso histórico de las aplicaciones más relevantes de la bóveda, hasta la solución constructiva estudiada.

Al final del capítulo se expone un breve repaso cronológico de los métodos de análisis estructural que tienen relación directa con el que se utiliza en el presente estudio. Por último, se explican las bases teóricas y conceptuales que permiten desarrollar el método del análisis límite.

### 2.1 Cerámica armada

Según la Real Academia Española, la mampostería es aquella obra o construcción formada por ladrillos, piedra o bloques de cemento (Figura 2.1). La mampostería ordinaria de ladrillo cerámico, comúnmente utilizada en edificación, se ejecuta con un mortero de cal o cemento que sirve de unión entre las diferentes mampostas que forman el conjunto.



*Figura 2.1: Detalle de mampostería de piedra (izquierda) y de ladrillo (derecha).*

Las estructuras de fábrica constituyen gran parte de la herencia arquitectónica que permanece hoy en día. El hecho de que estas construcciones hayan conseguido sobrevivir al paso del tiempo y a sus condiciones de contorno, sugiere una gran estabilidad de sus estructuras. Esta estabilidad se refiere al hecho de que la estructura no debe desarrollar grandes desplazamientos, ya sean locales o globales (Heyman, 1966).

Los otros dos criterios estructurales, la resistencia y la rigidez, no tienen una gran relevancia en el estudio histórico de este tipo de estructuras puesto que, una vez construidas, no experimentan roturas ni grandes deformaciones. Por el otro lado, cambios drásticos en las condiciones de contorno de la estructura pueden afectar la estabilidad de ésta, sin que su capacidad resistente y rigidez se vean afectadas. Estas características definen que la principal variable que afecta a la seguridad de este tipo de estructuras es la relación entre los efectos de la inestabilidad y las características geométricas.

Pese a su extraordinaria simplicidad, este material posee características muy importantes como su valor estético, propiedades térmicas, bajo coste de mantenimiento, longevidad y resistencia al fuego. Su resistencia a compresión es considerable, aunque en tensión su

comportamiento es muy pobre. Como consecuencia, las construcciones con este tipo de material se han concebido de tal manera que solo aparezcan fuerzas de compresión. Se ha podido comprobar como las tensiones de compresión que aparecen en este tipo de estructuras son muy bajas, alcanzando pequeñas fracciones de la capacidad resistente del material.

Por esta razón, se entiende que la resistencia a compresión no es un factor determinante en la concepción de estas estructuras, remarcando que la estabilidad de este tipo de estructuras es una cuestión de geometría (Heyman, 1966).

La mampostería reforzada se concibe con la intención de aprovechar las virtudes de la mampostería ordinaria sin que el dimensionado de ésta esté tan estrechamente ligado a la geometría. Como se puede ver en la Figura 2.2, consiste en la combinación de un plano de ladrillos encajados, unas juntas continuas de mortero con armaduras de acero y un plano superior de mortero. En esta última capa se puede introducir un mallado adicional de armadura longitudinal y transversal. La introducción de estos mallados permite que la estructura sea capaz de soportar una serie de esfuerzos de tracción que la fábrica es incapaz de absorber por si sola.

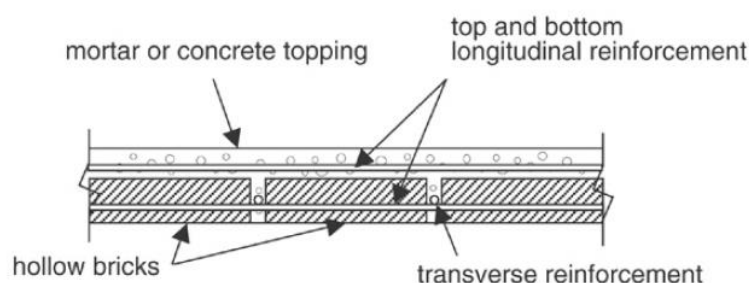


Figura 2.2: Sección longitudinal de mampostería reforzada (Roca et al., 2007).

A través de los diferentes estudios realizados por el ingeniero Uruguayo Eladio Dieste (Diel, 1991 y van Dijk, 1993), la mampostería reforzada ha demostrado tener un importante valor arquitectónico y estructural. Una de las aplicaciones más estudiadas es la de cubiertas abovedadas de gran luz. En el siguiente apartado se realiza una breve explicación de esta aplicación en concreto, precedida por los antecedentes históricos que permitieron llegar hasta ella.

## 2.2 Cubiertas cerámicas

La bóveda es una construcción en forma de porción continua de una curva que cubre un vano entre dos pilares o dos puntos fijos y soporta las cargas sobre él. Generalmente, se construye de manera que la curva descrita mantenga su forma y estabilidad eliminando cualquier tensión de tracción y provocando que todos sus elementos trabajen a compresión.

Las bóvedas están compuestas por diferentes elementos, cada uno con características y funciones específicas. La Figura 2.3 muestra alguno de los términos utilizados a lo largo del presente estudio. Como se puede observar, la porción curvada de una bóveda está compuesta por piezas acabadas en forma de cuña, llamadas dovelas. La parte interna de la curva se llama intradós y la externa extradós.

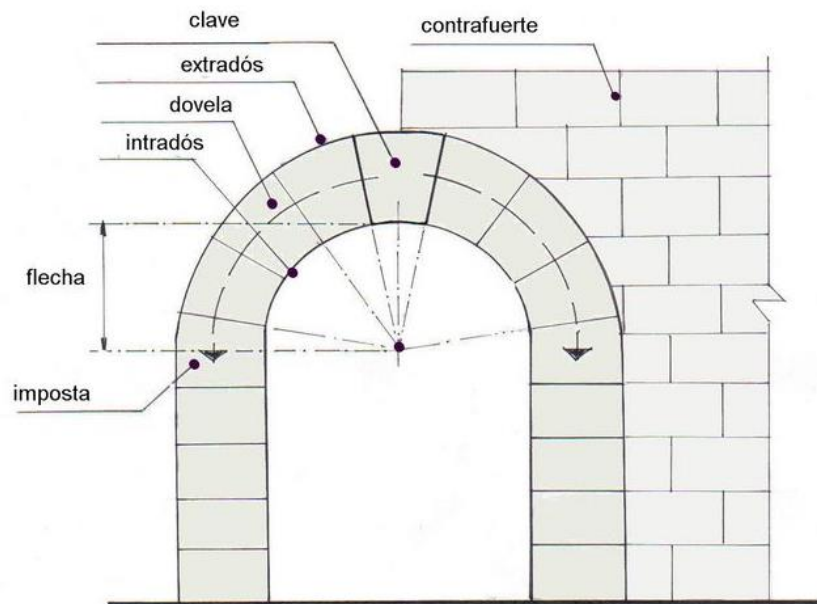


Figura 2.3: Partes integrantes de una bóveda.

El objetivo de este capítulo es presentar la evolución cronológica de esta tipología estructural aplicada a la cerámica, explicando los diferentes avances tecnológicos y conceptuales que han permitido pasar de las bóvedas de gravedad constituidas por elementos cerámicos rígidos hasta la industrialización de cubiertas abovedadas de gran luz constituidas por elementos semiprefabricados de cerámica armada.

Este contenido se divide en tres subapartados: los antecedentes históricos de las cubiertas de cerámica que trabajan por gravedad, las bóvedas tabicadas que abandonan la disposición adovelada de los elementos de fábrica y las cubiertas laminares de cerámica armada.

### 2.2.1 Antecedentes históricos

Aunque existen orígenes que se remontan a las bóvedas de Mesopotamia y del antiguo Egipto, tal y como se explica en la tesis doctoral de Sarrablo (2002), las cubiertas en bóveda con ladrillo cerámico tienen un mayor crecimiento en áreas de fuertes antecedentes románicos: Italia, sur de Francia y Cataluña (Collins, 1963). Este desarrollo evolutivo tiene un impacto directo en la capacidad de esta tipología estructural de cubrir luces mayores. Una de las primeras cronologías de estos avances las establece Rafael Guastavino (1983), quien interpreta que las primeras bóvedas se basaban en un sistema portante por gravedad en el cuál la fábrica actúa como dovelas que se mantienen unidas por el efecto del rozamiento y de la presión transmitida entre ellas (Figura 2.4). En esta primera concepción, el mortero existente entre las diferentes dovelas actúa como un simple relleno de juntas.

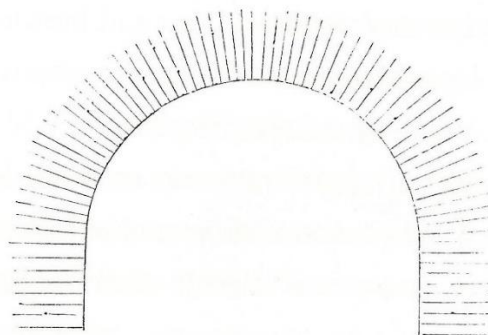


Figura 2.4: Disposición adovelada de ladrillos.

Más adelante, con la introducción de morteros fuertemente adherentes, aparece un gran avance tecnológico. Se abandona la disposición adovelada de los elementos cerámicos y se sustituye por una colocación de los ladrillos con su tabla tangente a la curvatura de la bóveda. Es entonces cuando aparecen las bóvedas tabicadas, de un espesor mucho menor, que permiten la introducción de una segunda capa de ladrillos dispuesta de tal manera que se cubran las juntas de la primera capa (Figura 2.5). Las ventajas de este nuevo sistema constructivo son claras:

1. Las juntas verticales quedan más protegidas contra el agrietamiento debido a deformaciones excesivas.
2. Menor número de juntas verticales, puntos débiles ante esfuerzos de cortante.
3. La capa de mortero adherente dispuesta entre las diferentes capas de ladrillo dota al conjunto de una capacidad a rasante adicional que permite soportar momentos flectores de cierta importancia, comparados con el pequeño espesor de la sección.

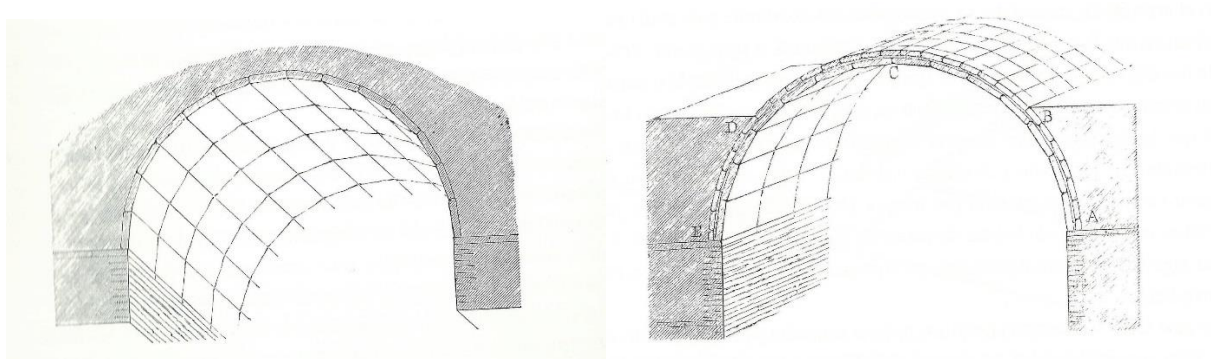


Figura 2.5: Disposición tabicada (izquierda) y tabicada doble a juntas encontradas (derecha).

Si bien no está claro el origen de este avance, algunas referencias lo sitúan en las cimbras perdidas latericias que los romanos utilizaban para la ejecución de grandes bóvedas de hormigón.

### 2.2.2 Bóvedas tabicadas

La aparición de las bóvedas tabicadas como tal apareció cuando se dejó de entender esa capa de fábrica como cimbra perdida y se aprovechó su capacidad estructural. Se desconoce su origen exacto pero se atribuye este concepto a una tradición medieval que fue usada durante siglos en Cataluña en edificaciones rurales. El hecho de su origen fuera popular y no se utilizara esta técnica en edificios nobles o religiosos provocó que su documentación fuera escasa y no se empezaran a encontrar referencias escritas hasta el siglo XV.

El auge de las bóvedas tabicadas se da durante el desarrollo de la industria textil en Cataluña a mediados del siglo XIX, lo que explica que este tipo de construcciones también se denominen bóvedas “a la catalana”. Durante esta época se consiguió construir de manera más rápida luces mayores, aprovechando la utilización de morteros más resistentes y la combinación con pilares o tirantes. Se trataba de tipologías estructurales muy competitivas gracias a su ligereza y rapidez de fraguado de los morteros, lo que permitía ejecutar las primeras hojas de las bóvedas sin cimbras o con apenas unos camones o una cercha ligera de madera a modo de guía. Las sucesivas hojas o capas de ladrillo se ejecutaban aprovechando la primera como cimbra colaborante (Figura 2.6).

Tal y como remarca Sarrablo (2002), uno de los impulsores más importantes de este sistema es el maestro de obras Rafael Guastavino (1842-1908). Éste aprovecha las bóvedas tabicadas en espacios con fuertes requerimientos en economía y seguridad contra incendios introduciendo nuevas técnicas como la introducción del cemento Portland.

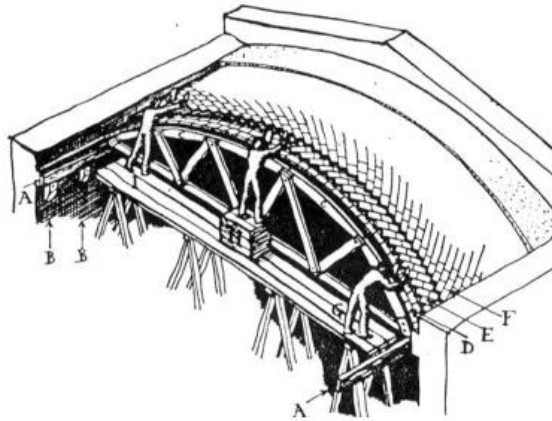


Figura 2.6: Construcción de bóvedas tabicadas mediante cerchas de madera.

### 2.2.3 Cubiertas laminares de cerámica armada

Si bien las cubiertas de cerámica armada se entienden como el siguiente paso evolutivo de las bóvedas tabicadas, debe establecerse como hilo conductor y fuente de inspiración las cubiertas laminares de hormigón armado. Eladio Dieste (1917-2000) aprovecha los conocimientos de este tipo de sistema en su época de máximo esplendor (1940-1960) y los aprovecha para conseguir un comportamiento laminar con la cerámica armada.

Con tal de competir con el sistema de hormigón armado, Dieste aporta las siguientes claves:

1. Disposición de los ladrillos cerámicos en forma de retícula que permita alojar un armado bidireccional en sus juntas. Posteriormente se rellenan las juntas con mortero y se cubre el conjunto con una fina capa de compresión (Figura 2.7).
2. En contra de la teoría laminar clásica, Dieste se sirve de un cálculo semiempírico para ensayar con geometrías laminares sin muros de apoyo y directrices catenarias. Se aleja de soluciones matemáticas elegantes y simplificadoras y utiliza procedimientos más acordes a la realidad.
3. El rápido fraguado inicial de la cerámica armada permite aprovechar el molde del encofrado de una fracción del área a cubrir para moverlo y amortizarlo en sucesivos cimbrados y descimbrados diarios que reducen el gasto del encofrado total.

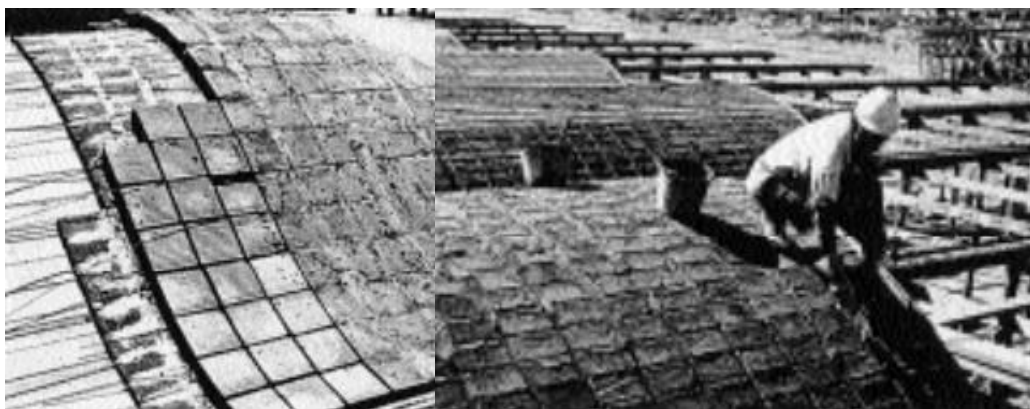


Figura 2.7: Disposición en retícula de los elementos cerámicos y relleno de las juntas.

Siguiendo estas directrices introducidas por Dieste, la cerámica armada compite directamente con el hormigón armado en la aplicación de cubiertas laminares, encontrando múltiples ventajas que hacen de la cerámica armada un material de gran interés (Sarrablo, 2002):



- Cubiertas ligeras: bóvedas tipo lámina (la directriz catenaria permite espesores de 7 cm) y cerámicas (con los mismos espesores, la cerámica puede llegar a ser hasta un 35% más ligera que el hormigón).
- Asociando la reducción de peso con el bajo precio de la cerámica, resulta un material muy competitivo.
- Excelentes propiedades físicas de la cerámica en la regulación de la temperatura y la humedad ambiental.
- Solución ecológica debido a un menor coste de producción de la cerámica (470 th/t) respecto al hormigón (1200 th/t) y al acero (7000 th/t).
- No es necesario ningún acabado adicional en el intradós de la bóveda.
- Mantenimiento mínimo debido a la estabilidad química de la cerámica.
- Excelente resistencia al fuego y buen comportamiento ante sollicitaciones térmicas.

Todas estas ventajas de la cerámica armada en cubiertas abovedadas, junto con las condiciones actuales de reducidos plazos de ejecución y el alto coste y la falta de preparación de la mano de obra, han animado a diferentes autores a concebir diversos sistemas de prefabricación en este campo.

Uno de los ejemplos más actuales es la propuesta de un sistema prefabricado para láminas cilíndricas de pequeña luz en la tesis doctoral de Vicente Sarrablo (2002). El modelo propone el ensamble de bandas paralelas de láminas prefabricadas flexibles de ladrillos y barras de acero, en funciones colaborantes, los cuales se disponen arqueados en obra para su hormigonado conjunto in situ por su extradós.

El procedimiento constructivo es intuitivo y simple (Figura 2.8), siendo necesaria una cimbra ligera sobre la cual apoyar la lámina flexible con los ladrillos cerámicos adheridos en forma de retícula (situando la malla flexible en el extradós). Se aloja la armadura necesaria en las juntas de los ladrillos que forman la retícula a una distancia preestablecida del intradós. Seguidamente, se rellenan las juntas con mortero y se añade una pequeña capa de compresión al conjunto, que también puede contar con un segundo mallado de armadura superior.

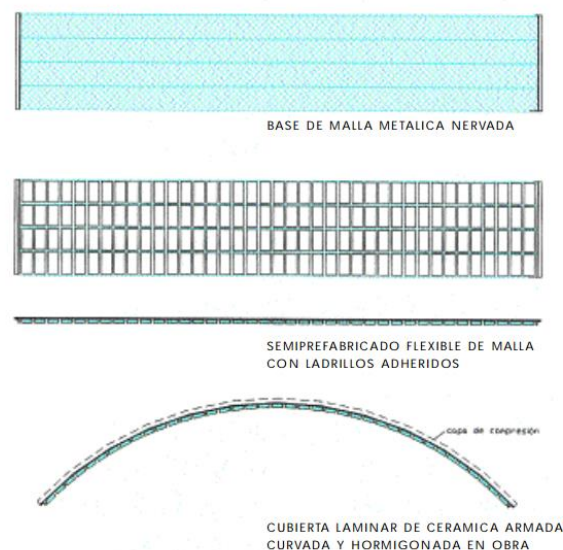


Figura 2.8: Fases de ejecución necesarias para el sistema prefabricado propuesto por Sarrablo (2002).

Esta propuesta cuenta con una campaña experimental, analizada por Roca *et al.* (2007). Estos ensayos son tratados en el capítulo 3 a modo de verificación de la herramienta de cálculo utilizada en el estudio paramétrico. Además, las bóvedas analizadas en dicha tesis doctoral son la base para establecer los casos que serán objeto del estudio paramétrico realizado en la presente tesina.

### 2.3 Análisis estructural

El principal objetivo del análisis estructural es diseñar edificaciones seguras o estimar la seguridad de aquellas ya existentes. Por las características específicas de las estructuras de mampostería, a lo largo de la historia se han ido desarrollando métodos de análisis para determinar la seguridad de estas construcciones.

Como se ha comentado anteriormente, el diseño de estas estructuras es una cuestión de geometría y estabilidad. Posteriormente, se han ido modernizando las técnicas antiguas de diseño con el objetivo de obtener herramientas más precisas y generalistas, pudiendo incluir en estos métodos materiales más modernos como la mampostería reforzada.

En este apartado se presenta la evolución de éstas teorías, pasando por los métodos gráficos y la teoría plástica, necesarios para entender el método del análisis límite.

#### 2.3.1 Estática gráfica

La estática gráfica comprende una serie de técnicas sencillas para la obtención de fuerzas y resolución de problemas estáticos en un solo plano. Estos métodos fueron ampliamente utilizados durante los siglos XIX y XX debido a su enorme simplicidad y practicidad para el cálculo de estructuras isostáticas.

Uno de los ejemplos más claros de los métodos gráficos es el polígono funicular (Figura 2.9). Éste se apoya en técnicas gráficas para la construcción de estructuras funiculares (sólo esfuerzos de tracción o compresión) para una condición de cargas específica (Block, 2005).

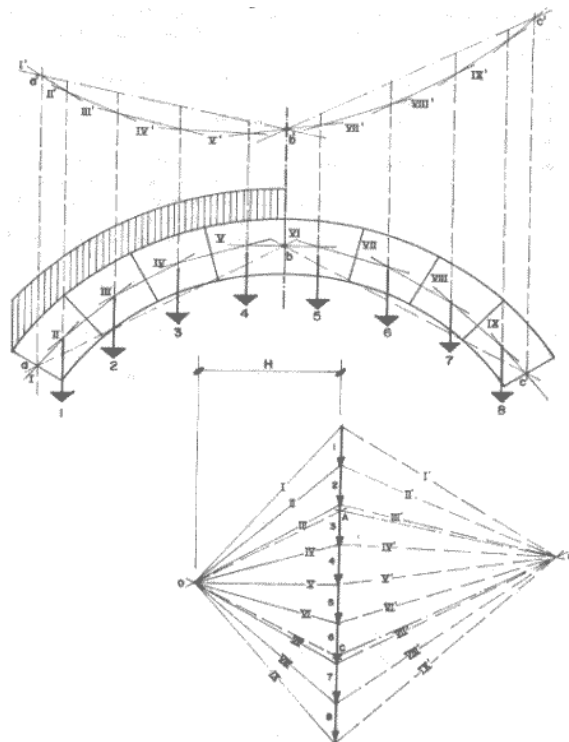


Figura 2.9: Bóveda y su polígono funicular.

La utilización de la estática gráfica en el campo de la ingeniería estructural fue formalizada por Cullman en 1866. De todos modos, la teoría de vectores existía previamente con la introducción de la regla del paralelogramo de Stevin (1586) donde “el equilibrio podía ser descrito gráficamente utilizando vectores de fuerza y polígonos de fuerza cerrados” (Block *et al.*, 2006), descrito en la Figura 2.10.

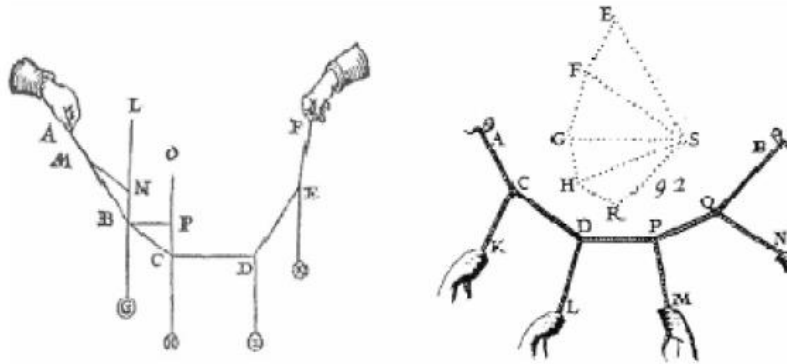


Figura 2.10: Equilibrio de fuerzas de pesos colgando en una cuerda (izquierda) y análisis gráfico de una forma funicular (derecha) (Block et al., 2006).

A finales del siglo XIX, la utilización de métodos gráficos fue utilizada y desarrollada por los métodos de Cremona-Maxwell (celosías) y Ritter (estructuras de barra). Uno de los máximos pioneros en la aplicación práctica de estos tipos de análisis fue Antonio Gaudí, mediante la utilización de polígonos funiculares y catenarias para la realización de sus obras (Figura 2.11).



Figura 2.11: Cálculo gráfico Gaudí para la fachada poniente de la Sagrada Familia.

A principios del siglo XX, el cálculo basado en la estática gráfica fue reemplazado por la teoría elástica, basada en soluciones analíticas para obtener los esfuerzos presentes a lo largo de toda la estructura.

### 2.3.2 Teoría plástica

Antes de que surgiera la teoría plástica, el análisis estructural estaba basado en la obtención del estado real de la estructura calculando los esfuerzos presentes en sus elementos. El objetivo era que ninguno de esos esfuerzos excediera una fracción segura de sus valores últimos. Aun así, se pudo observar como no todas las estructuras se podían resolver con las ecuaciones estáticas y que había muchos estados de equilibrio posibles. Esto implicaba la necesidad de información adicional para poder encontrar el estado actual de la estructura.

Con la teoría de la elasticidad se introdujeron dos suposiciones: una ley de deformaciones que consideraba que la estructura es un cuerpo deformable y la determinación de los estados límite. Aun así, con dichas consideraciones se observó que el estado real que se obtenía era efímero a medida que era afectado por pequeñas modificaciones en sus condiciones de



contorno. Además, si era necesario incluir las propiedades del material, se introducía un problema adicional, teniendo en cuenta que para materiales heterogéneos como la mampostería es muy difícil su caracterización.

A partir de algunos artículos experimentales en estructuras de acero realizados en la década de 1930, hubo un cambio de mentalidad en el diseño estructural. Se observó que los esfuerzos medidos en estructuras reales diferían mucho de los calculados mediante parámetros elásticos. La conclusión fue que el error era intentar obtener el estado realista de la estructura. Se desarrolló un nuevo concepto basado en la obtención del mecanismo de colapso de la estructura. Este nuevo concepto es aplicable a materiales con un proceso de colapso dúctil o plástico (acero, madera, hierro forjado, aleaciones de aluminio y mampostería) y no podía ser considerado para materiales con un comportamiento frágil (hierro fundido, vidrio) (Heyman, 1966).

La diferencia entre ambas aproximaciones es que durante el cálculo de un hipotético colapso de la estructura, cuando se alcanza un estado de equilibrio para la estructura sujeta a una configuración de cargas específica, la teoría elástica considerará éste como el estado actual de la estructura, mientras que la teoría plástica considerará haber encontrado un estado particular de las infinitas opciones posibles. En ambos casos se aplica el teorema de la seguridad: "Si se encuentra cualquier estado de equilibrio en el cual una configuración de fuerzas internas está en equilibrio con las cargas externas, y, además, se satisface el criterio de resistencia para cada elemento interno de la estructura, entonces la estructura es segura." (Heyman 1966).

Considerando la cita anterior, Heyman afirma que para el análisis de estructuras de mampostería se debe utilizar una teoría plástica con métodos de análisis límite teniendo en cuenta el estado último de la estructura, con la ventaja de que son necesarios un menor número de parámetros del material y no es necesario ningún conocimiento de los esfuerzos iniciales de la estructura.

Los métodos plásticos parten de la base que se utilizan materiales dúctiles. Esto implica que las fuerzas internas en una estructura pueden redistribuirse a medida que la carga aumenta. De esta manera, los valores de carga de colapso pueden predecirse y reproducirse con una gran precisión. Las pequeñas imperfecciones de fabricación y las condiciones de contorno hiperestáticas no tienen efecto en la capacidad última de la estructura.

Como se ha comentado anteriormente, en mampostería ordinaria es necesario un estado completo de compresión, provocando que la excentricidad de la carga deba estar siempre entre los límites físicos del material. La introducción de armadura de tracción permitirá ampliar dichos límites, permitiendo algunos esfuerzos de tracción.

### 2.3.3 Análisis límite

El análisis límite, o análisis del mecanismo de colapso (Molins, 1998), pretende determinar la carga última de una estructura susceptible a los efectos de la inestabilidad. Se desarrolla a partir de la teoría moderna de la plasticidad durante el siglo XX a partir de la aproximación de Jacques Heyman, en 1966, para evaluar la capacidad de carga y mecanismos de colapso de bóvedas de mampostería. Por lo tanto, este método se basa en teoremas límite, derivados de la teoría plástica.

Las formulaciones en las que se basa el análisis se describen por Heyman:

1. La mampostería tiene resistencia nula a tracción.
2. La resistencia a compresión del material es infinita.
3. El corrimiento entre las dovelas de la bóveda es nulo.

Con estas consideraciones, el análisis límite es aplicable a bóvedas de mampostería. Además, se demostró que el análisis de estructuras de mampostería puede ser simplificado considerando los diferentes elementos como un ensamblaje de bloques rígidos donde el colapso ocurrirá como consecución de rótulas plásticas sucesivas hasta que se alcance un mecanismo.

El estado límite de la estructura se alcanza si se cumplen dos situaciones:

1. Aproximación estática (Límite inferior): La estructura es segura y no colapsa si se puede encontrar un estado admisible de equilibrio.
2. Aproximación cinemática (Límite superior): La estructura colapsa si se puede encontrar un mecanismo cinemático admisible donde el trabajo desarrollado por las fuerzas exteriores es positivo o nulo.

La aproximación estática se refiere a un estado de límite inferior que ocurre cuando se puede determinar una línea de empuje a lo largo del material, en equilibrio con las cargas exteriores, que reside entre los límites admisibles de la estructura. Esta línea de empuje se define por los puntos geométricos por donde pasa la fuerza equivalente entre las superficies de contacto de las diferentes dovelas que forman la bóveda (Figura 2.12).

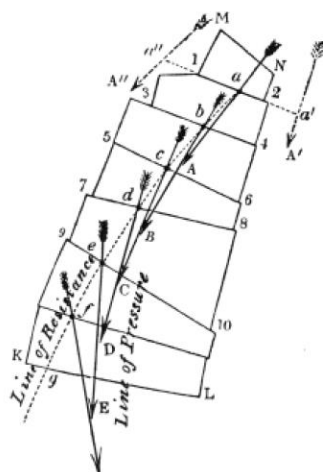


Figura 2.12: Líneas de empujes en un macizo de fábrica (Huerta, 2004).

El mecanismo cinemático admisible ocurre cuando se asume un mecanismo, emplazando arbitrariamente el suficiente número de rótulas, para obtener una carga que cumpla con las ecuaciones del equilibrio de trabajo interno y externo. La carga obtenida es un límite superior de la carga última real que causa el colapso.

Ambas soluciones se encuentran cuando una línea de empuje puede provocar tantas rótulas como sean necesarias para desarrollar un mecanismo. Estas rótulas plásticas aparecen cuando la línea de empujes se hace tangente a los límites de excentricidad del elemento. Cuando esto ocurre, se halla la carga última, el mecanismo de colapso verdadero y la línea de empujes es la única solución posible.

### Aproximación estática

El objetivo de encontrar un estado estático admisible de equilibrio es obtener al menos una de las posibles líneas de empuje que sigue la carga a través de la estructura. Las infinitas líneas de empuje posibles (Figura 2.13) dependen de sus condiciones de contorno, ya sea por la posición de las fuerzas resultantes en los apoyos de la estructura o por los empujes hiperestáticos. Esta aproximación ofrece un límite inferior de la carga de colapso y para hallar la carga última que provoca el fallo de la estructura se deben calcular muchos casos.

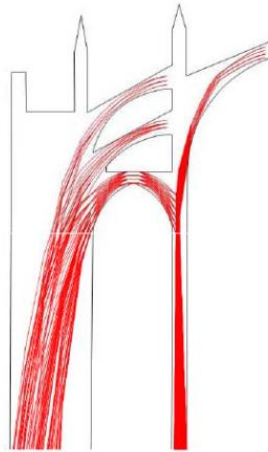


Figura 2.13: Posibles líneas de empuje en Maynou, 1998 (Roca, 2010).

Aunque no es posible conocer exactamente como se transmite la carga a través de la estructura de mampostería hasta los apoyos, si se puede hallar una manera de que la estructura se mantenga en equilibrio con las fuerzas exteriores, la estructura es segura.

Para encontrar dicha aproximación estática, es necesario establecer las condiciones de equilibrio entre las cargas internas y externas. Si se encuentra una línea de empujes en la estructura por debajo de los límites del material, la construcción es segura.

La geometría de la estructura se simplifica y discretiza en segmentos en relación a los elementos que la componen. Debe tenerse en cuenta que cuanto mayor sea el número de elementos diferenciales en la estructura, más suave será la línea de empujes y más precisa será la solución.

Las reacciones verticales presentes en los puntos de apoyo se calcularán mediante las ecuaciones de equilibrio (fuerzas y momentos) aplicados a la macro-estructura. En el caso que será estudiado a continuación, bóvedas hiperestáticas, las reacciones horizontales se suponen como variables y la posición de éstas es constante, manteniendo una excentricidad nula.

Se deben calcular las fuerzas internas presentes teniendo en cuenta el peso propio de la estructura y las cargas exteriores aplicadas a la estructura. Esto se realizará aplicando las ecuaciones de equilibrio a cada segmento de la estructura. Este cálculo permitirá dibujar la línea de empujes a lo largo de toda la bóveda.

#### Aproximación cinemática

Los sistemas de bóvedas admiten grandes deformaciones cuando se produce una rótula mediante la reordenación de las líneas de empuje. El objetivo es encontrar una condición de equilibrio última generada por la adición del suficiente número de rótulas que provoquen un mecanismo de colapso (Figura 2.14).

Esta aproximación cinemática se aplica a sistemas compuestos por bloques rígidos siguiendo un procedimiento específico.

Se definen los parámetros de evaluación de la estructura, es decir, la configuración de las cargas exteriores. Se puede tratar de cargas horizontales, cargas repartidas o cargas puntuales.

La geometría se simplifica obviando pequeñas imperfecciones y uniformizando las características de la sección y del material a lo largo de toda la estructura.

Si el objetivo es encontrar la carga última, se deben realizar estudios previos acerca de la posición crítica de la carga. De ésta manera, la única variable a determinar será la magnitud de la carga aplicada.

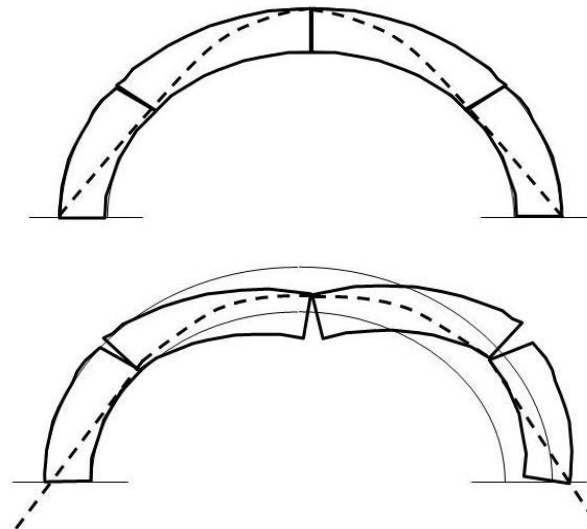


Figura 2.14: Líneas de empujes que provocan un límite superior (arriba) y formación del mecanismo (abajo).

Se debe determinar el número de rótulas plásticas necesarias para la generación de un mecanismo. La posición de éstas rótulas se deberá encontrar como consecuencia de múltiples iteraciones hasta hallar aquellas que se produzcan con el menor valor de carga posible (la solución más cercana a la realidad). Ésta carga última deberá cumplir las ecuaciones de equilibrio con el trabajo producido por las fuerzas internas.

Esta aproximación cinemática ofrece un límite superior de la carga última real. Para obtener la carga última real de la estructura, se debe realizar un proceso iterativo que englobe las aproximaciones estáticas y cinéticas. Este proceso puede ser tedioso y pesado, teniendo en cuenta que se deben realizar estudios previos de la posición crítica de la carga y la determinación del mecanismo de colapso.

#### Unificación del teorema

En los dos apartados anteriores se han presentado dos aproximaciones diferentes para el análisis de la estabilidad de bóvedas de mampostería. Aunque pueden ser útiles para la determinación del posible colapso, no ofrecen ninguna información de la carga real que pueda provocarlo. La unificación del teorema establece que se alcanzará un estado límite (la estructura estará a punto de colapsar) si pueden hallarse los mecanismos admisibles de colapso estático y cinemático. Esto ocurre porque ambas soluciones convergen en un único valor (Figura 2.15). De esta manera, si se consigue establecer un proceso iterativo para encontrar ambas aproximaciones a la vez, se puede encontrar el mecanismo último de colapso real y la única línea de empujes posible.

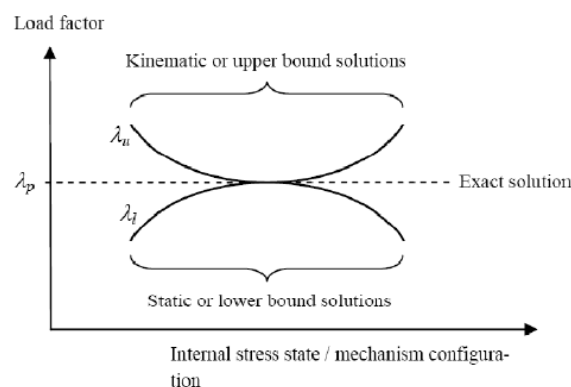


Figura 2.15: Relación entre las soluciones de límite superior e inferior (Gibert, 2007).

### 3 APLICACIÓN DEL MÉTODO DEL ANÁLISIS LÍMITE

Las bases teóricas del método del análisis límite, explicadas en el capítulo anterior, permiten comprender los conceptos sobre los cuáles se desarrollan los procesos de cálculo y obtención de resultados. Este capítulo pretende exponer la metodología y formulación necesaria para la aplicación del análisis límite en cualquier tipo de estructura laminar curvada y aplicar estos conocimientos a una herramienta informática automatizada especializada.

Con dicho propósito, se divide el capítulo en cuatro partes diferenciadas. En primera instancia, se explica el método desde un punto de vista práctico y técnico, exponiendo los procesos y formulaciones necesarios para su aplicación y las diferentes condiciones de contorno que abarca el método. Seguidamente, se adapta el método al caso específico de estudio, bóvedas biarticuladas de cerámica armada, automatizando una hoja de cálculo que obtiene la carga y empuje últimos mediante un proceso iterativo. Se incluye un apartado de metodología de uso recomendada de la herramienta y otro de verificación de su correcto funcionamiento mediante la comparación con resultados experimentales.

El objetivo del capítulo es presentar las bases conceptuales y de cálculo sobre las cuáles se fundamentan los resultados del estudio paramétrico que se presenta y analiza en posteriores capítulos. Por lo tanto, este conjunto de apartados se consideran claves para definir las consideraciones iniciales y simplificaciones tenidas en cuenta en el proceso de aplicación del método y para dar credibilidad a las conclusiones finales que se obtienen en la presente tesina.

#### 3.1 Desarrollo del método

La metodología y el proceso de cálculo necesarios para aplicar el método del análisis límite se expone a continuación. En este apartado se tiene en cuenta cualquier tipo de estructura laminar curvada y se adapta el método para el caso de secciones de cerámica armada.

El desarrollo del método se divide en tres subapartados: alcance del análisis límite en términos de geometría y condiciones de contorno, así como las peculiaridades que supone la definición de cada una de ellas en el cálculo; generación de los límites de resistencia de la estructura mediante la obtención del estado último seccional de la cerámica armada; y la generación de la línea de empujes para una carga específica aplicada a la estructura.

Este proceso permite establecer los procesos y formulaciones que son aplicados a una herramienta de cálculo especializada, explicada en el siguiente apartado.

##### 3.1.1 Geometría y condiciones de contorno

El método estudiado permite realizar el análisis último para cualquier tipo de bóvedas o láminas curvas. Este método se basa en el análisis límite y la utilización de la aproximación estática y cinemática para determinar la capacidad última de las estructuras analizadas mediante un proceso de optimización.

Con este objetivo, la geometría se describe descomponiendo la bóveda en pequeños segmentos de similares proporciones, formando dovelas virtuales (Figura 3.1). Este procedimiento es válido para cualquier forma de bóveda y la solución final puede contar con dovelas de diferentes espesores. La precisión de la discretización obtenida dependerá de la densidad de elementos divisorios.

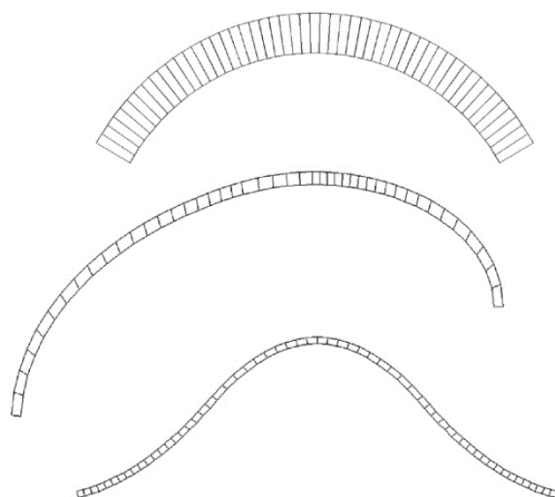


Figura 3.1: Ejemplos de bóvedas curvadas descompuestas en dovelas virtuales (Roca et al., 2007).

La caracterización adecuada de las condiciones de apoyo de la bóveda tiene una gran relevancia en la obtención de líneas de empuje realistas. La consideración de diferentes apoyos determina los límites admisibles iniciales y finales de las líneas de empuje (Figura 3.2).

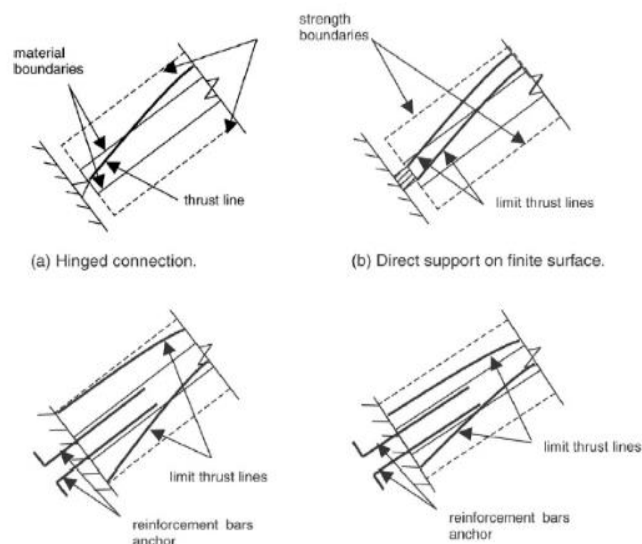


Figura 3.2: Diferentes condiciones de apoyo: (a) articulación; (b) soporte directo; (c) empotramiento perfecto; (d) empotramiento parcial (Roca et al., 2007).

La Figura 3.2 muestra diferentes condiciones de apoyo que pueden ser consideradas: (a) articulaciones perfectas, en cuyo caso la línea de empujes se define de manera que su arranque coincida con la posición exacta de los apoyos reales; (b) simples soportes que ofrecen contacto directo en la superficie del apoyo de manera total o parcial; (c) empotramientos perfectos, donde la línea de empujes se puede mover libremente entre los límites de resistencia superiores e inferiores definidos en el siguiente apartado; y (d) empotramientos parciales, en cuyo caso se permite que la línea de empujes varíe entre una región concreta contenida dentro de los límites de resistencia.

### 3.1.2 Generación de los límites de resistencia

El método puede adaptarse para describir el efecto que tiene el refuerzo de acero gráficamente. Este armado adicional se traduce en un incremento virtual del canto de la bóveda en términos de límites superior e inferior, o límites de resistencia, que se consideran aplicando los teoremas de plasticidad. Estos límites de resistencia superior e inferior se

definen como las excentricidades máximas y mínimas que la sección armada puede soportar para una fuerza axial específica.

Así pues, estos límites de resistencia dependen de la magnitud del axil aplicado, la cantidad de refuerzo introducido, la capa de mortero superior y las resistencias características de estos materiales. La distancia entre los límites de resistencia y la directriz de la bóveda se puede determinar asumiendo una distribución específica de esfuerzos a lo largo de la sección siguiendo las leyes plásticas de los diferentes materiales que componen la sección.

Tal y como propone el Eurocódigo 6 (1995), la distribución de los esfuerzos en secciones de mampostería reforzada en condiciones últimas de flexión o compresión pueden modelarse mediante un diagrama parabólico o, simplificado, con un diagrama rectangular. Este concepto es una extrapolación del caso específico de secciones de hormigón armado (Figura 3.3). Se deben tener en cuenta los valores últimos de deformación de los materiales implicados, siendo  $\varepsilon_m=0.0035$  para el mortero y la mampostería y  $\varepsilon_a=0.01$  para el armado.

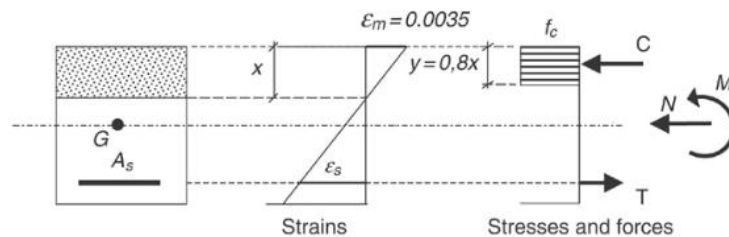


Figura 3.3: Distribución rectangular simplificada de esfuerzos en el estado último de una sección de hormigón armado (Roca et al., 2007).

El diagrama de la Figura 3.3 puede adaptarse fácilmente a la distribución geométrica y tensional existente en una sección de mampostería armada, considerando una segunda capa de armado, tal y como se puede ver en la Figura 3.4. Se observa que pueden aparecer dos distribuciones tensionales distintas, diferenciando los casos en los que la armadura superior actúe como armado de compresión y los casos en los que ésta trabaje a tracción.

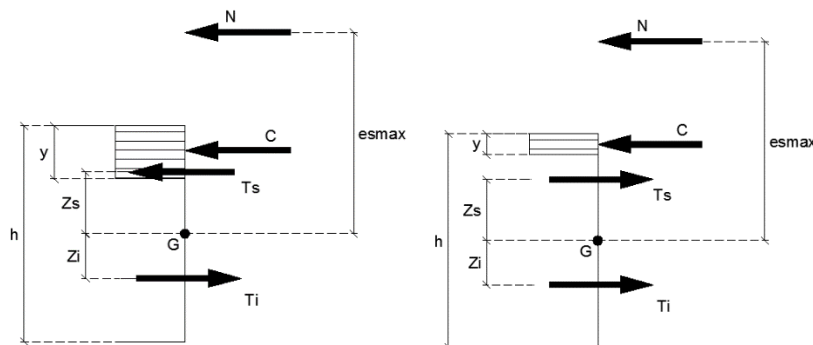


Figura 3.4: Distribución de esfuerzos para la armadura superior comprimida (izquierda) y traccionada (derecha).

Se puede observar esquemáticamente la distribución de las fuerzas equivalentes de una sección para hallar la excentricidad máxima admisible por el material. Tal y como muestra la Figura 3.4, G es el centroide de la sección, N es el axil aplicado, C es la fuerza resistida por el bloque de compresiones,  $T_i$  y  $T_s$  son las fuerzas desarrolladas por las armaduras inferiores y superiores y  $e_{smax}$  es la excentricidad máxima aplicable a la sección. Ésta última define el límite superior de resistencia del material para un axil específico aplicado.

Con el objetivo de aprovechar al máximo la capacidad de la sección, se calculan los esfuerzos últimos del material en términos de deformaciones máximas admisibles, teniendo presente el comportamiento elastoplástico del acero (Figura 3.5) descrito en la Instrucción de Acero Estructural (2011).

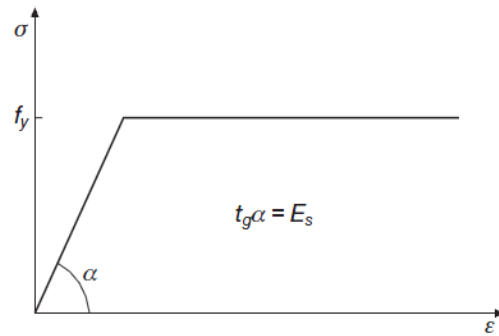


Figura 3.5: Diagrama del acero tensión-deformación bilineal (EAE, 2011).

Para ello, se utilizarán los dominios de deformación (Figura 3.6) explicados en la Instrucción de Hormigón Estructural (2008), relativos a secciones de hormigón armado y adaptables al presente estudio de mampostería armada.

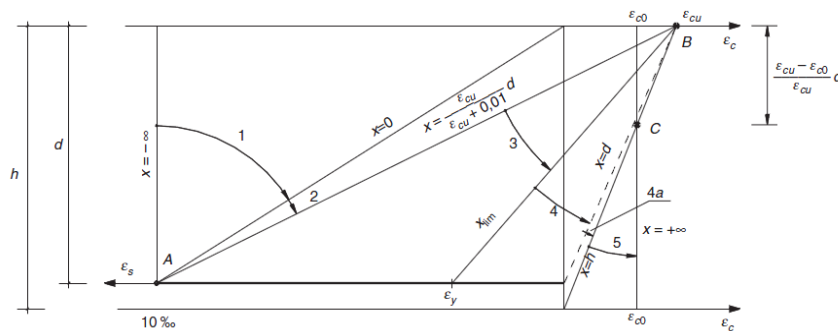


Figura 3.6: Dominios de deformación (EHE, 2008).

Una buena manera de comprobar un correcto dimensionamiento del material es observar el dominio en el cuál se obtiene su excentricidad máxima y mínima. Es interesante obtener estados últimos de deformación comprendidos entre los dominios 2 y 3 puesto que el acero trabaja a la máxima tensión posible. Esto implica que gran cantidad de material utilizado en la sección es aprovechado a su máximo rendimiento.

En uno de los estudios realizados por Roca *et al.* (2007) se ha podido observar que, dependiendo de la profundidad del bloque de compresión, el acero más cercano a la fibra más comprimida puede trabajar en tracción o compresión.

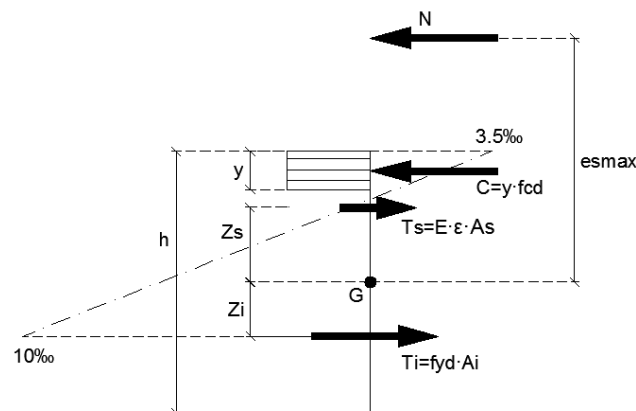


Figura 3.7: Distribución de tensiones con la armadura superior trabajando en régimen elástico.



Además, tanto el refuerzo superior e inferior pueden trabajar en régimen elástico o plástico (Figura 3.7). Como se ha podido validar en algunos experimentos, para resistencias convencionales de mampostería y mortero, la profundidad de la fibra neutra es lo suficientemente pequeña como para provocar tensiones de tracción en ambas armaduras superior e inferior. Por el contrario, la utilización de morteros pobres, con bajas resistencias de compresión, puede causar que los refuerzos superiores trabajen a compresión.

Se diferencian dos casos para dichos cálculos en el caso de la excentricidad máxima superior de la sección:

1. Plastificación del bloque de compresiones: En los dominios de deformación, el punto de pivote del plano de deformaciones es la deformación máxima del hormigón,  $\varepsilon_c=0,0035$ . Se tiene en cuenta una distribución de tensiones rectangular simplificada en el bloque de compresiones. Conociendo que  $r_i$  y  $r_s$  son los recubrimientos mecánicos inferiores y superiores de las armaduras, respectivamente:

$$x = \frac{N + \sigma_i \cdot A_i + \sigma_s \cdot A_s}{f_c \cdot 0,8}$$

$$\varepsilon_i = -\frac{\varepsilon_c}{x} \cdot (h - r_i - x)$$

$$\varepsilon_s = -\frac{\varepsilon_c}{x} \cdot (r_s - x)$$

Comprobación  $\sigma_i(\varepsilon_i)$  y  $\sigma_s(\varepsilon_s) \rightarrow$  Figura 3.5

$$M = T_i \cdot \left(\frac{h}{2} - r_i\right) - T_s \cdot \left(\frac{h}{2} - r_s\right) + f_c \cdot 0,8 \cdot x \cdot \left(\frac{h}{2} - \frac{0,8x}{2}\right)$$

$$e_{smax} = \frac{M}{N}$$

2. Distribución elástica de tensiones del bloque comprimido: En los dominios de deformación, el punto sobre el cual pivota el plano de deformaciones es la deformación máxima del acero,  $\varepsilon_a=0,01$ . Se tiene en cuenta una distribución de tensiones lineal triangular en el bloque comprimido.

$$x = \frac{N + \sigma_i \cdot A_i + \sigma_s \cdot A_s}{f_c \cdot 0,5}$$

$$\varepsilon_i = -\frac{\varepsilon_c}{x} \cdot (h - r_i - x)$$

$$\varepsilon_s = -\frac{\varepsilon_c}{x} \cdot (r_s - x)$$

Comprobación  $\sigma_i(\varepsilon_i)$  y  $\sigma_s(\varepsilon_s) \rightarrow$  Figura 3.5

$$M = T_i \cdot \left(\frac{h}{2} - r_i\right) - T_s \cdot \left(\frac{h}{2} - r_s\right) + f_c \cdot 0,5 \cdot x \cdot \left(\frac{h}{2} - \frac{0,5x}{3}\right)$$

$$e_{smax} = \frac{M}{N}$$

El mismo proceso iterativo se aplica al cálculo del límite de resistencia inferior, obteniendo la segunda variable necesaria,  $e_{imax}$ .

### 3.1.3 Generación de la línea de empujes

Tal y como se explica en los estudios de Roca *et al.* (2007), las condiciones de equilibrio de la bóveda proporcionan tres ecuaciones (fuerzas verticales, fuerzas horizontales y momentos) para hallar las incógnitas principales: reacción vertical izquierda ( $V_0$ ), reacción vertical derecha ( $V_n$ ), reacción horizontal izquierda ( $E_0$ ) y reacción horizontal derecha ( $E_n$ ). A su vez, éstas están definidas por las excentricidades a las que están aplicados los apoyos articulados ( $e_0$  y  $e_n$ ) respecto los centroides de las secciones inicial y final (Figura 3.8). Sólo mediante estas ecuaciones no se puede determinar una solución única al problema y es necesario fijar algunas variables para que sea posible el cálculo de una solución posible. En el caso de bóvedas biarticuladas, se deben fijar como constantes las excentricidades  $e_0$  y  $e_n$  con valor nulo. Por otro lado, la variable  $E_0$  es fijada por el usuario para generar la línea de empujes correspondiente a la reacción horizontal inicial considerada.

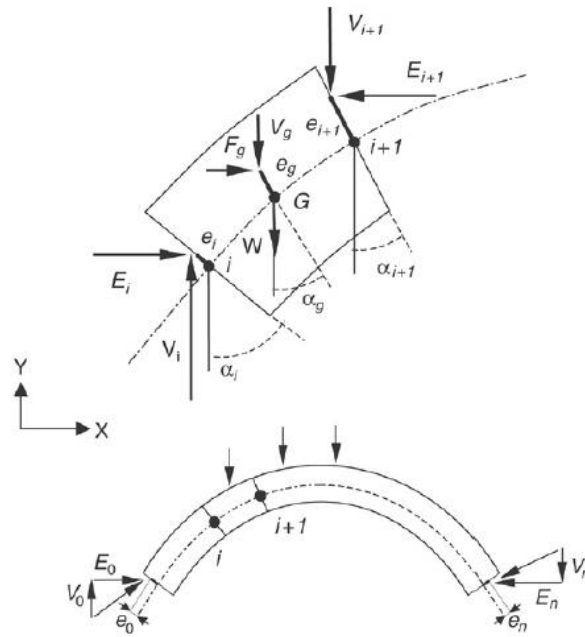


Figura 3.8: Fuerzas actuantes en la bóveda (abajo) y en una dovela (arriba) (Roca *et al.*, 2007).

La línea de empujes que está en equilibrio con las cargas exteriores se genera equilibrando sucesivamente las cargas que actúan en cada dovela. Siendo  $i$  y  $i+1$  los centroides de las secciones límite y  $G$  el centroide de una dovela, las cargas aplicadas en la dovela son las fuerzas verticales y horizontales aplicadas en las secciones límite,  $V_i$ ,  $E_i$ ,  $V_{i+1}$  y  $E_{i+1}$ ; el peso propio de la dovela,  $W$ ; y las posibles cargas puntuales verticales y horizontales exteriores actuando en el centroide de la dovela,  $V_g$  y  $F_g$ . De esta manera,  $e_i$  y  $e_{i+1}$  son las excentricidades de las fuerzas en las secciones límite y  $e_g$  es la excentricidad de las fuerzas exteriores  $V_g$  y  $F_g$  (Figura 3.8).

El equilibrio de las fuerzas verticales y horizontales y momentos sigue las siguientes expresiones:

$$E_{i+1} = E_i + F_g$$

$$V_{i+1} = V_i - W - V_g$$

$$\begin{aligned} E_i \cdot (y_i + e_i \cos \alpha_i) - V_i \cdot (x_i - e_i \sin \alpha_i) + W \cdot x_g + F_g \cdot (y_g + e_g \cos \alpha_g) + V_g \cdot (x_g - e_g \sin \alpha_g) \\ = E_{i+1} \cdot (y_{i+1} + e_{i+1} \cos \alpha_{i+1}) - V_{i+1} \cdot (x_{i+1} - e_{i+1} \sin \alpha_{i+1}) \end{aligned}$$

donde  $(x_i, y_i)$ ,  $(x_{i+1}, y_{i+1})$  y  $(x_g, y_g)$  son, respectivamente, las coordenadas de los puntos  $i$ ,  $i+1$  y  $G$ .

Las formulaciones presentadas permiten la obtención de la excentricidad  $e_{i+1}$  una vez se ha calculado el valor de  $e_i$ . Por lo tanto, el proceso de obtención de la línea de empujes exige el resultado de las reacciones de ambos apoyos de la bóveda. Una vez obtenidas, se solucionan sucesivamente las dovelas desde la situada en el extremo izquierdo hasta obtener las ecuaciones de equilibrio de la dovela situada en el extremo derecho. El grupo de excentricidades  $\{e_1, e_2, \dots, e_n\}$  determina la forma de la línea de empujes a lo largo de todas las secciones entre dovelas.

### 3.2 Automatización de la hoja de cálculo

Como se ha explicado en el anterior apartado, la obtención de los límites de resistencia y la línea de empujes mediante el método del análisis límite es un proceso iterativo y tedioso. Ante la necesidad de procesar numerosos cálculos para poder realizar un posterior estudio paramétrico, la programación de una herramienta informática que automatice dichos cálculos se hace imprescindible.

La herramienta de cálculo automatizada debe adaptarse a las necesidades del estudio permitiendo realizar una serie de iteraciones a partir de las variables que se consideren oportunas. Por lo tanto, esta herramienta debe permitir la introducción de condiciones de contorno, geometría y cargas impuestas específicas, controladas por el propio usuario.

A lo largo del presente apartado se presenta la realización de dicha herramienta informática mediante una hoja de cálculo Excel. Ésta se programará específicamente para el presente estudio, teniendo en cuenta las variables necesarias para realizarlo y dotando al usuario de una interfaz gráfica intuitiva que permita entender visualmente los resultados obtenidos, detallada en el Anejo A.

El capítulo se divide en cuatro bloques diferenciados. En primera instancia, se presenta el alcance de la hoja de cálculo, estableciendo los casos que esta herramienta permite trabajar y delimitando el campo de actuación del mismo. En el segundo bloque se expone el proceso de automatización del método, aplicando las bases teóricas y de cálculo ya expuestas. Seguidamente, se explica la metodología de uso de la herramienta utilizada en el estudio paramétrico, con el objetivo de agilizar el proceso de iteración. Por último, apoyándose en artículos científicos externos, se realiza una verificación de la herramienta calculando casos ensayados previamente y comparando los resultados obtenidos con los experimentales.

#### 3.2.1 Alcance de la hoja de cálculo

La principal ventaja de la realización de la herramienta es la eficiencia en la introducción de datos, el cálculo y la obtención de resultados. Al programarse específicamente para la presente tesina, el alcance del programa lo define el objeto de estudio. A continuación, se describen las principales características disponibles:

1. Geometría: La entrada de datos permite describir la geometría de cualquier bóveda con directriz parabólica y un comportamiento tipo lámina. Es decir, las dimensiones del material en relación a las de la bóveda deben ser lo suficientemente pequeñas para poder asumir un comportamiento lineal de los esfuerzos aplicados a cualquier sección.
2. Condiciones de contorno: Se ha diseñado la herramienta para el cálculo de bóvedas hiperestáticas biapoyadas. La única modificación disponible es la excentricidad de los puntos de apoyo en relación al centro geométrico de la sección del material. En los estudios posteriores estas variables se mantienen iguales a cero.

3. Material: El material utilizado es la cerámica reforzada, teniendo la capacidad de modificar el canto total del material, la cantidad de armado superior e inferior, la adición de peso propio y las resistencias características del acero y morteros utilizados.
4. Cargas impuestas: Las cargas disponibles son una fuerza puntual situada en el centro de gravedad de cualquiera de las dovelas que componen la bóveda y el peso propio del material, que se considera como una carga puntual concentrada en el centro de gravedad de cada dovela.

### 3.2.2 Geometría y condiciones de contorno

Como se ha comentado en apartados anteriores, para aplicar el método es necesario dividir la estructura en pequeñas dovelas virtuales. La descomposición de la bóveda se realiza dividiendo el eje de abscisas en partes iguales y generando las superficies de contacto perpendiculares a la directriz parabólica (Figura 3.9). Debido a su condición de lámina, este criterio provoca que las dovelas tengan proporciones muy similares y que no se cometan errores de gran importancia.

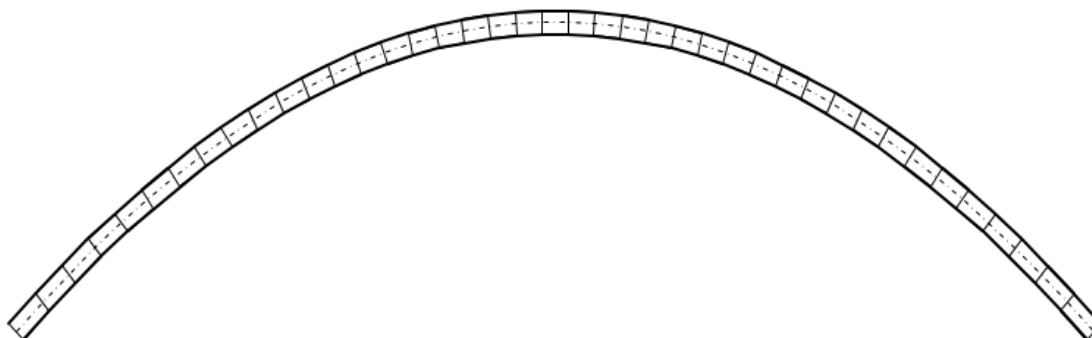


Figura 3.9: Descomposición de una bóveda parabólica en dovelas virtuales.

Como se puede observar en los análisis llevados a cabo por Roca *et al.* (2007), un pequeño número de dovelas es suficiente para obtener resultados satisfactorios. Mediante cálculos realizados sobre una bóveda catenaria típica de 4 metros de luz y 1 metro de flecha, se observó que el error en el cálculo de la carga última fue del 27%, 9.1%, 2%, 1% y 0% para cálculos llevados a cabo con 5, 10, 20, 30 y 40 dovelas respectivamente. Por lo tanto, para geometrías similares, todos los análisis llevados a cabo en el presente estudio serán modelizados con 40 dovelas.

Se tiene en cuenta la condición de simplemente apoyado para ambos soportes de la bóveda, siguiendo el esquema de la Figura 3.10. Esta configuración requiere que en la realidad el nudo trabaje verdaderamente como una articulación, permitiendo cualquier tipo de giro en el plano y pivotando sobre un punto fijo.

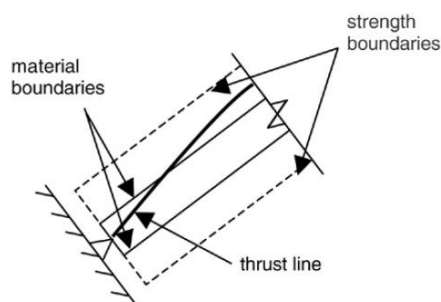


Figura 3.10: Conexión de apoyo simple o articulación (Roca *et al.*, 2007).

Por último, para conocer todas las condiciones de contorno necesarias para el análisis, se define el tipo de carga a analizar y su posición respecto a la geometría global de la estructura. A lo largo de todo el capítulo se ilustra un ejemplo con una carga puntual situada a una longitud de  $L/4$ , tal y como se puede ver en la Figura 3.11.

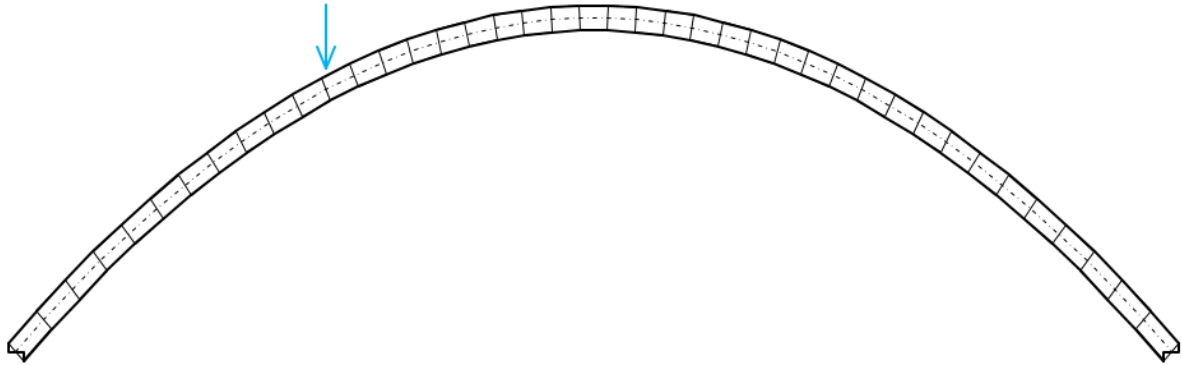


Figura 3.11: Posición de una carga puntual a una longitud  $L/4$  en una bóveda.

### 3.2.3 Generación de los límites de resistencia y la línea de empujes

Debido a la aparición de múltiples estados posibles de deformación última del material, se concibe la obtención de los límites de resistencia como un proceso iterativo. En éste, se introducen como datos de entrada las características de deformación máxima del hormigón y tensión del acero que se espera obtener, indicando el dominio de deformaciones en el que se desea trabajar. Estos datos de entrada permiten calcular la profundidad de la fibra neutra para equilibrar un axil aplicado a la sección estudiada. Esa profundidad de la fibra neutra permite calcular el momento máximo resistente de la sección y, en consecuencia, la máxima excentricidad superior a la que puede aplicarse el axil. Este proceso se repite para el cálculo de la excentricidad máxima inferior. Se puede esquematizar el proceso iterativo según la Figura 3.12.

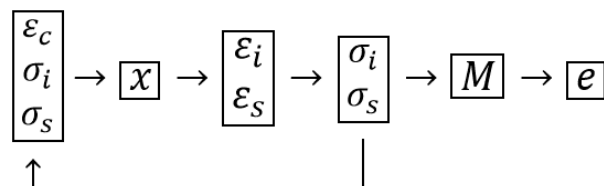


Figura 3.12: Proceso iterativo de cálculo de los límites de resistencia.

Estos cálculos se realizan para cada dovela que forma la bóveda, encontrando un par de excentricidades máximas para cada una de ellas. Las excentricidades máximas superiores e inferiores de cada sección se unen formando un par de curvas discretizadas en pequeños segmentos. La representación gráfica de estos límites se puede observar en la Figura 3.13.

Mediante esta representación visual, se puede comprender mucho mejor la contribución de la armadura a la resistencia total de la bóveda, ampliando los límites de excentricidades máximas notablemente. Estos límites no pueden ser sobrepasados por la excentricidad real que sufre la bóveda bajo las cargas exteriores impuestas. El proceso de obtención de esta excentricidad real se expone a continuación.

Al igual que en el cálculo de los límites de resistencia, la línea de empujes se obtiene uniendo las diferentes excentricidades formando un polígono cuya precisión depende del número de dovelas consideradas. Estas excentricidades reales se obtienen aplicando el proceso de cálculo descrito en el apartado 3.1.3. A modo de ejemplo, en la Figura 3.14 se puede observar una línea de empujes calculada para una bóveda con carga puntual aplicada.

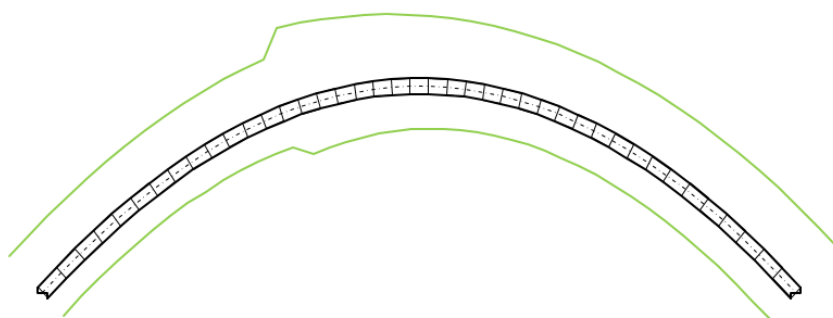


Figura 3.13: Representación de los límites de resistencia en una bóveda con carga puntual.

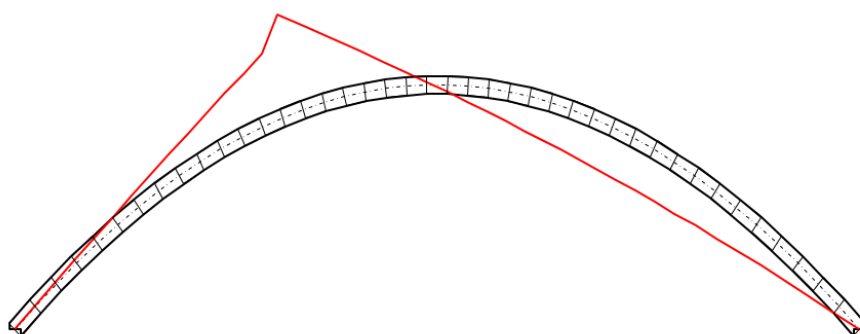


Figura 3.14: Representación de la línea de empuje en una bóveda con carga puntual.

Se observa cómo, para el caso concreto analizado, en algunas secciones el axil está aplicado fuera de la sección de la bóveda. Es necesario comparar dicha línea con los límites de resistencia para determinar el estado de la bóveda para esta situación concreta.

### 3.2.4 Representación gráfica de los resultados

Debido a la dependencia de los límites de resistencia a la fuerza axial  $N$  aplicada a cada sección de la bóveda, la representación gráfica de estos límites experimenta unas variaciones bruscas en las secciones donde está aplicada la carga. Estas variaciones son esperables y consistentes teóricamente, pero esto provoca una cierta dificultad a la hora de interpretar las soluciones gráficas y comparar los límites de resistencia con la línea de empujes real de la bóveda. Por ello, en la herramienta se disponen de dos maneras de representar gráficamente los resultados.

1. Modo de línea de empujes real: Es la representación directa de las excentricidades calculadas, donde se pueden observar los cambios bruscos comentados anteriormente (Figura 3.15).

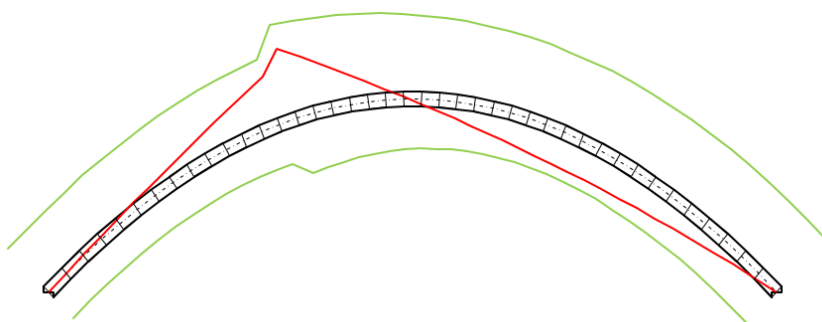


Figura 3.15: Representación del modo de línea de empujes en una bóveda con carga puntual.

2. Modo normal: Se trata de normalizar los límites de resistencia a lo largo de la bóveda y escalar las excentricidades de la línea de empujes consecuentemente (Figura 3.16). De esta manera, la gráfica no depende de las cargas aplicadas.

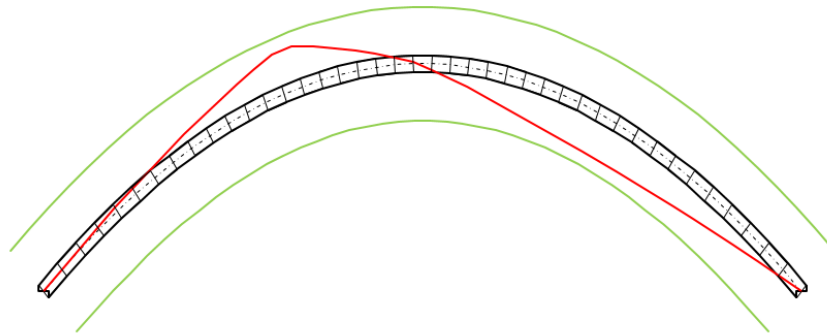


Figura 3.16: Representación del modo normal en una bóveda con carga puntual.

Aunque este último modo de representación gráfica no tiene en cuenta el verdadero significado de las líneas de resistencia y de empuje, es muy práctico a la hora de comparar directamente las líneas y observar cuando la línea de empujes se hace tangente a los límites de resistencia.

### 3.2.5 Metodología de uso

Como ya se ha explicado en el capítulo 2, la obtención de la carga última que agota una bóveda viene definida por la unificación de las aproximaciones estáticas y cinemáticas. Esto se traduce en la obtención de un estado de la bóveda que se encuentre en el límite entre las condiciones de equilibrio y estabilidad y la generación de un mecanismo de colapso. Las condiciones estáticas se satisfacen mientras la línea de empujes generada se encuentre entre los límites de resistencia definidos por las excentricidades máximas superiores e inferiores. Por otro lado, un mecanismo de colapso se genera cuando se provocan las suficientes rótulas en la estructura para que ésta se convierta en un mecanismo.

Ante estas afirmaciones, la solución buscada es aquella que provoca que la línea de empujes sea tangente a los límites de resistencia tantas veces como rótulas sean necesarias para la generación de un mecanismo. En el caso que ocupa la presente tesina, bóvedas hiperestáticas biarticuladas, es necesaria la presencia de dos rótulas para provocar el colapso de la estructura (tres rótulas en el caso de cargas simétricas).

Para hallar la carga última de la bóveda, el usuario de la herramienta debe seguir un proceso iterativo definido por las variables de valor de carga aplicada, empuje horizontal en el apoyo izquierdo y la configuración del plano de deformaciones del material ( $\epsilon_c$ ,  $\sigma_i$  y  $\sigma_s$ ). Para facilitar dicho proceso, se ha diseñado una metodología que pretende establecer una serie de pasos para obtener el valor de la carga última con la menor cantidad de iteraciones posible. Para este proceso se recomienda la utilización del modo normal de representación gráfica. En la Figura 3.17 se observa el proceso:

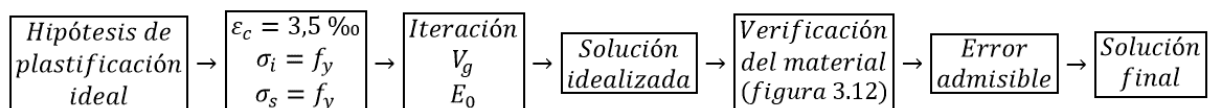


Figura 3.17: Esquema de la metodología de uso de la herramienta de cálculo.

Los diferentes pasos del proceso iterativo se desarrollan en 4 partes diferenciadas:

1. Hipótesis de plastificación ideal: Se fija la hipótesis inicial de que todas las secciones de la bóveda trabajan con una ley de esfuerzos perfectamente plástica. Esto implica

que el mortero tiene una ley de esfuerzos rectangular y que el acero trabaja a su máxima tensión, ya sea de compresión o de tracción. No se verifican las deformaciones máximas admisibles de los materiales.

2. Solución idealizada: Mediante un proceso iterativo entre las variables de carga aplicada y empuje horizontal del apoyo izquierdo, se halla una solución cuya línea de empujes sea tangente dos veces a los límites de resistencia, tal y como se observa en la Figura 3.18.
3. Verificación del plano de deformaciones: Se verifica que las deformaciones de los materiales no excedan su valor máximo admisible. Si se superan, se debe seguir el proceso iterativo esquematizado en la Figura 3.12.
4. Refinamiento: La modificación de la ley de esfuerzos del material provoca que se deban corregir las variables de carga aplicada y empuje horizontal. Estas correcciones no suelen ser importantes, pero debe refinarse la solución final como un equilibrio entre estas tres variables hasta que el error remanente sea lo suficientemente pequeño. En los posteriores estudios se ha considerado un error admisible del 5% en todas las variables que participan en el proceso iterativo de cálculo.

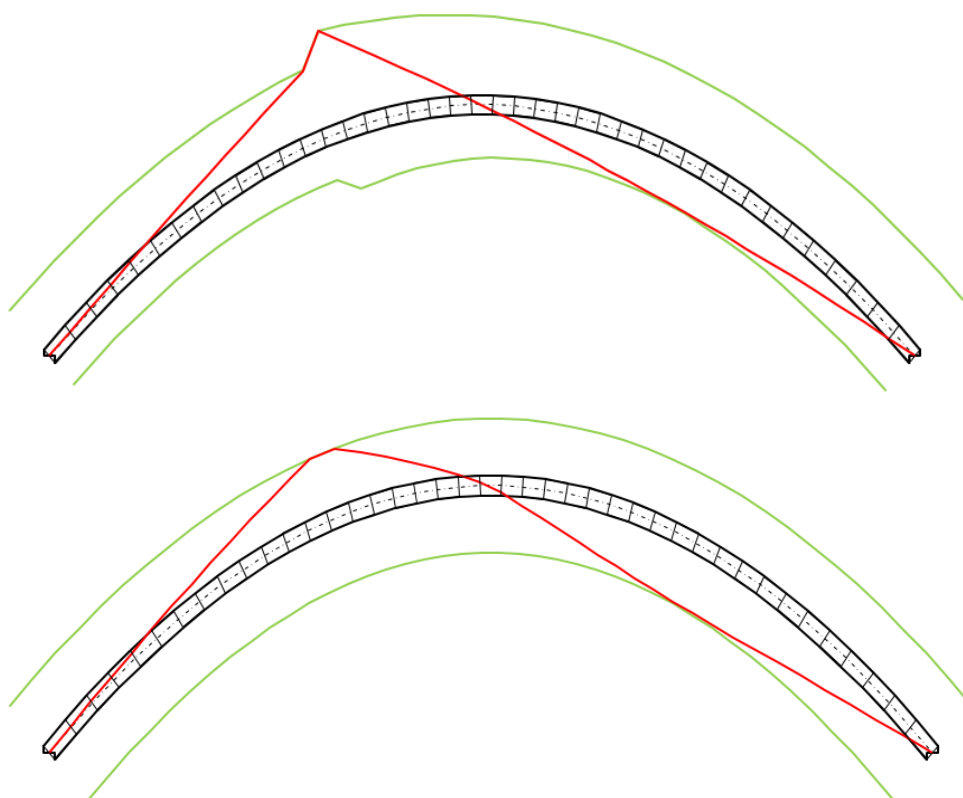


Figura 3.18: Representación gráfica del modo de línea de empuje real (arriba) y normal (abajo) para la carga última de una bóveda con carga puntual aplicada.

El método descrito, aunque parezca pesado, permite agilizar los diversos procesos iterativos implicados en el cálculo. La utilización sistemática de la herramienta permite familiarizarse con ella y entender en todo momento que está ocurriendo. De esta manera, cada vez serán necesarios menos iteraciones para conseguir llegar a un resultado aceptable.

Una vez el usuario haya decidido que el error es lo suficientemente pequeño, se obtiene la carga máxima aplicable a la bóveda estudiado en una posición específica.



### 3.3 Verificación de la herramienta

#### 3.3.1 Ensayos experimentales

Con el objetivo de verificar la validez de la herramienta, se compararon los resultados obtenidos mediante el programa realizado con una serie de datos realistas extraídos de la campaña experimental descrita en los estudios de Roca *et al.* (2007). Este estudio previo permite dar credibilidad al posterior análisis paramétrico y a que éste pueda ser extrapolable a la realidad.

La campaña experimental llevada a cabo en el Laboratorio de Tecnología de Estructuras de la Universidad Politécnica de Cataluña (Roca *et al.*, 2007) incluyó dos series de bóvedas de mampostería reforzada: la primera consistía en 4 bóvedas de 4 metros de luz, designados como U1-U4 y ensayados durante el 2002; la segunda consistía en 11 bóvedas de varias luces, designados como V1-V9 y ensayados desde el 2002 hasta el 2004. Los casos V4 y V7 no fueron considerados puesto que no llegaron a colapsar durante el experimento. El caso V8 tampoco se considera en el presente estudio puesto que fue sujeto intencionalmente a un desplazamiento horizontal impuesto, algo que no es fácilmente reproducible mediante el método del análisis límite. El caso V6 tenía detalles de refuerzo especiales que provocaban que los apoyos fueran parcialmente empotrados. Los casos V1-V3 y V5 cuentan con un mortero de muy baja calidad, algo que presenta ciertas singularidades en el cálculo de la resistencia a compresión equivalente, y datos no contrastados acerca del ratio y el recubrimiento mecánico del armado. Por estas razones, los ensayos mencionados tampoco son tratados en este apartado.

Las bóvedas estaban formadas por láminas curvadas siguiendo los parámetros de una catenaria. Los ladrillos de cerámica fueron colocados formando uniones tanto en la dirección transversal como longitudinal, donde se situaron las armaduras inferiores embebidas. Además, por encima de los ladrillos se añadió una capa de mortero de 3 cm de grosor. El canto total de todas las bóvedas fue de 7,5 cm, de los cuales 4,5 cm corresponden al grosor de los ladrillos. El refuerzo incluía una sola malla de armado situada cercana a la interfaz del mortero y el ladrillo (refuerzo inferior) o dos mallas, cada una situada cerca de una de las dos superficies de la sección (refuerzo superior e inferior). Se consideraron diferentes tipos de refuerzo, así como diferentes resistencias de compresión de los morteros. La resistencia a compresión de los ladrillos fue de 50 MPa para las bóvedas U1-U5 y 65 MPa para el caso V9. El refuerzo se introdujo mediante barras de acero de diámetro igual a 6 o 8 mm y tensiones de plastificación de 400 o 500 MPa. La Tabla 3.1 resume las características de cada bóveda.

Tabla 3.1: Características de las bóvedas y condiciones de carga (Roca *et al.*, 2007).

Bóveda	Luz, flecha, ancho	Posición de la carga	Resistencia a compresión del mortero superior/inferior	Ratio de refuerzo superior/inferior	Recubrimiento mecánico
-	cm	-	MPa	$\times 10^{-3}$	mm
U1/U2	400,100,100	1/4L	21,0/13,0	0/3,35	-/19
U3			56,3/56,3	0/3,35	-/19
U4			53,5/53,5	0/1,89	-/18
U5			38,6/28,3	0/1,89	-/18
V9	400,100,100	1/2L	36,6/36,6	1,89/3,35	22/16

En ella se indican el ratio de refuerzo ( $\rho$ ) y el recubrimiento mecánico ( $c$ ), obtenidos mediante las siguientes formulaciones:

$$\rho = \frac{\sum A_{si}(f_{yi}/500)}{bh}$$

$$c = \frac{\sum \left(c_i + \frac{\varphi_i}{2}\right) \cdot A_{si}f_{yi}}{\sum A_{si}f_{yi}}$$

donde  $A_{si}$  es el área de cada  $i$  barra de armado,  $f_{yi}$  es su correspondiente tensión de plastificación,  $b$  es el ancho de la bóveda,  $h$  es su canto total,  $c_i$  es el recubrimiento geométrico (distancia entre la superficie y el perímetro de la barra de armado) y  $\varphi_i$  es el diámetro de cada  $i$  barra de armado.

Todas las bóvedas estudiadas fueron simplemente apoyados en vigas de acero rígidas, permitiendo las rotaciones en los apoyos pero impidiendo cualquier desplazamiento. Los experimentos consistían en la aplicación de una carga vertical a 1/4 o 1/2 de la luz e ir gradualmente incrementando el valor de la carga, mediante un control por desplazamientos, hasta rotura. La carga se aplicó mediante un actuador hidráulico en una viga rígida de acero a lo largo de todo el ancho de la bóveda (Figura 3.19).

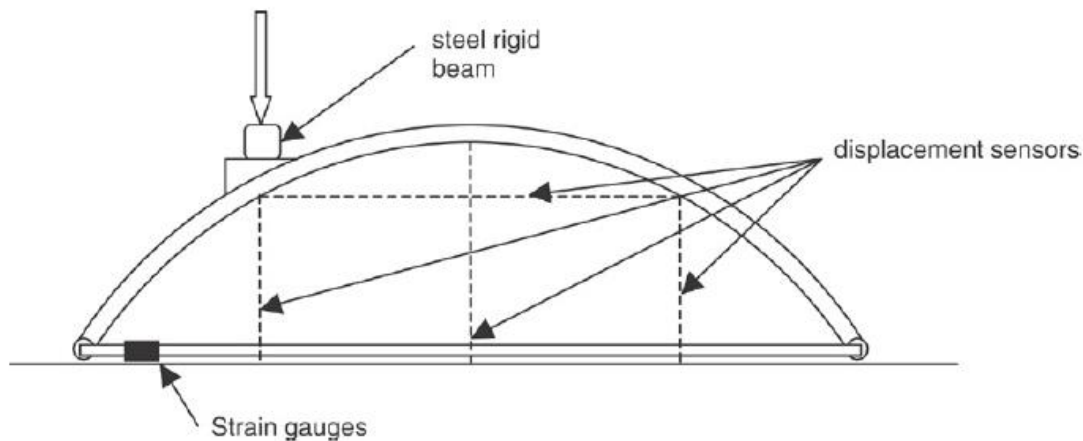


Figura 3.19: Disposición de los ensayos (Roca et al., 2007).

Las bóvedas siempre colapsaron por la generación de un mecanismo que provocaba 3 rótulas plásticas para una carga simétrica y 2 rótulas plásticas para cargas asimétricas, sin tener en cuenta los apoyos que actuaban inicialmente como dos rótulas.

### 3.3.2 Comparación con el método del análisis límite

La carga última obtenida a partir de la campaña experimental se ha utilizado para validar el método propuesto. Para estos cálculos, el valor característico de la resistencia a compresión inferior  $f_c$  ha sido considerado como la resistencia característica equivalente obtenida a partir de la ecuación 3.1 según una recomendación del Eurocódigo 6 (1995):

$$f_c = K f_b^{0,65} f_m^{0,25} \quad (3.1)$$

donde la constante  $K$  tiene un valor igual a 0,4 en el caso de ladrillos huecos,  $f_m$  es la resistencia a compresión del mortero y  $f_b$  es la resistencia a compresión de la cerámica. Esta ecuación sólo proporciona una aproximación y serían necesarios diversos estudios para

determinar una formulación más precisa para el cálculo de la resistencia a compresión de la cerámica utilizada en las bóvedas de los ensayos experimentales tratados.

La geometría general de las bóvedas estudiadas se aproxima a una curva parabólica, teniendo en cuenta que los elementos ensayados seguían las directrices de una catenaria. La aproximación se considera lo suficientemente precisa como para que los errores generados sean despreciables.

Los resultados obtenidos también son comparados con otros métodos como los realizados por Lourenço *et al.* (2004)<sup>1</sup> analíticamente según un análisis plástico y un cálculo numérico basado en elementos finitos llevado a cabo por Roca *et al.* (2007)<sup>2</sup> mediante el software informático especializado PRO-SHELL, que tiene en cuenta los efectos de la no linealidad geométrica. Las cargas últimas obtenidas por los diferentes métodos se muestran en la Tabla 3.2.

Tabla 3.2: Valores de carga última para los diversos métodos.

Bóveda	Experimental <sup>2</sup>	PRO-SHELL <sup>2</sup>	Análisis plástico <sup>1</sup>	Método actual
-	kN	kN	kN	kN
U1	19,5		17,96	18,0
U2	21,0		17,96	18,0
U3	26,0	26,0	21,00	20,2
U4	15,2		11,97	11,5
U5	14,2		11,27	11,4
V9	45,2	45,4		47,0

Los resultados de la Tabla 3.2 se han normalizado tomando como referencia los valores de carga última de los ensayos experimentales. De ésta manera, en la Figura 3.20 se puede observar de una manera mucho más clara la precisión del método del análisis límite. La aproximación obtenida para la carga última es aceptable para la gran mayoría de los casos. Se observa una desestimación de la carga última para los casos que no cuentan con armadura superior (casos U1-U5).

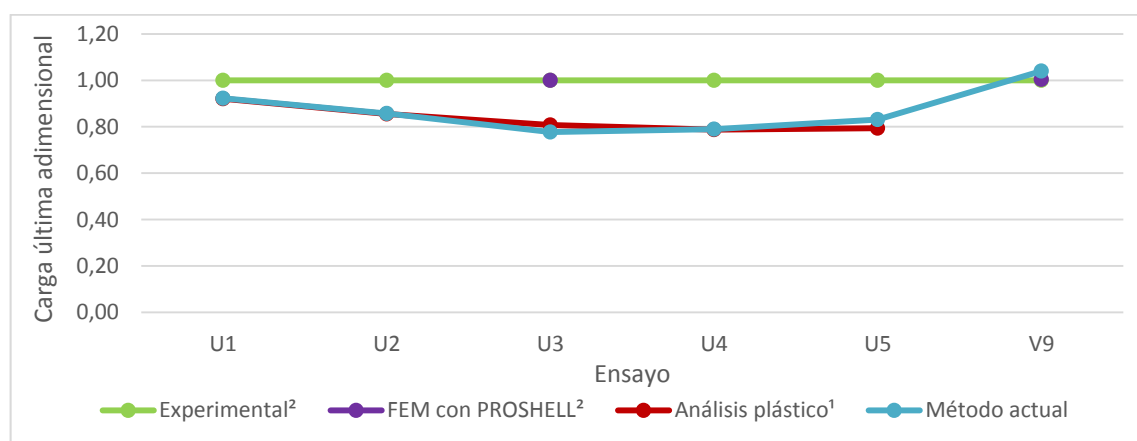


Figura 3.20: Normalización de las cargas últimas en función de la experimental.

Esta imprecisión en el método puede ser debida a la falta de estudios realizados sobre esta cerámica y a la inadecuación de las constantes que participan en la ecuación 3.1 a la geometría real de los ladrillos utilizados en la experimentación. La influencia de la resistencia a tracción de los diferentes morteros de alta resistencia y la consideración de un comportamiento bilineal de la armadura pueden contribuir a la desestimación de la carga

última. A pesar de estas simplificaciones, para el método actual la mayoría de los errores observados varían entre el 1% y el 20%. Estos errores también pueden deberse a diferentes estimaciones de la resistencia a compresión y los momentos plásticos en las secciones críticas.

Además, las cargas últimas encontradas son muy parecidas a las encontradas por el método de Lourenço *et al.* (2004) (casos U1-U5).

### 3.3.3 Conclusiones

El método simplificado utilizado se muestra como un tipo de análisis plástico muy apto para su aplicación en bóvedas de cerámica armada. La capacidad de este método de representar gráficamente el comportamiento de los elementos estudiados y la necesidad de que el usuario deba realizar un proceso iterativo para encontrar la carga última de la estructura, lo convierte en una herramienta muy valiosa desde un punto de vista académico. Además, su simplicidad permite automatizar los cálculos sin la necesidad de tener grandes conocimientos en programación informática.

El método del análisis límite muestra la capacidad de obtener estimaciones aceptables de la carga última soportable por la tipología estructural estudiada, bóvedas de cerámica armada. Se ha verificado la validez de este método satisfactoriamente, aproximándose a los resultados obtenidos experimentalmente y numéricamente para una variedad de casos con diferentes características geométricas, propiedades de los materiales y cantidad de armado.

Por lo tanto, la utilización del análisis límite se entiende como aceptable para el estudio paramétrico que se realizará a continuación y se entiende que las conclusiones obtenidas a partir de estos resultados son aplicables experimentalmente.

## 4 ESTUDIO PARAMÉTRICO

La confección de una herramienta informática que automatiza el proceso de cálculo del método del análisis límite permite realizar un estudio paramétrico para el caso de bóvedas de cerámica armada. A lo largo de este capítulo se estudiarán diferentes variables implicadas en la resolución de este tipo de estructuras para observar su influencia en la capacidad resistente del conjunto.

El objetivo principal es obtener conclusiones precisas y concretas acerca de la incidencia de diferentes características propias de la geometría global de la bóveda, la configuración de su sección, propiedades de los materiales y condiciones de contorno. En este estudio, las variables se analizarán por separado, obteniendo conclusiones parciales acerca de su importancia en la obtención de la carga última y empujes generados en los apoyos. Este proceso permitirá que, en última instancia, se puedan recopilar y unificar dichos conocimientos para entender de una manera global la sensibilidad de esta tipología constructiva a los parámetros que la definen.

### 4.1 Definición de las variables analizadas

Los casos de estudio se han acotado a unas características específicas que deben concretarse para conocer el alcance del análisis y sus limitaciones. Estas han venido definidas en gran parte por las características de los ensayos con los cuales se ha verificado la herramienta informática en apartados anteriores. De esta manera, el estudio es más consistente y no se estudian parámetros en rangos que no hayan sido contrastados previamente. Las principales limitaciones del estudio son las siguientes:

- La geometría global de las bóvedas de cerámica armada tiene unas luces comprendidas entre 2 y 10 metros y unas flechas entre 0,3 y 3 metros.
- El ancho de las bóvedas se considera unitario.
- Las condiciones de contorno, como se ha comentado en apartados anteriores, se definen por ambos apoyos articulados en el centro geométrico de la sección.
- El estudio resistente viene definido por una carga puntual vertical que puede situarse en cualquier punto de la bóveda.
- Se incluye el peso propio con un valor promedio de 25 kN/m<sup>3</sup>. Se estudia la incidencia de esta variable en posteriores apartados.
- La resistencia a compresión de la cerámica es de 50 o 65 MPa.
- La resistencia a compresión considerada para los morteros en la mayoría de los casos varía entre 20 y 40 MPa. En algunos estudios específicos, estas resistencias pueden variar entre 0 y 50 MPa.
- El canto de las secciones tiene un espesor constante de 75 mm para todos los casos, fijando el espesor de la cerámica en 45 mm y la capa de mortero en 30 mm.
- De la misma manera que en el apartado de verificación, la cantidad de armado introducida en la sección se define por medio de ratios o cuantías geométricas. En cualquier caso, se supone la utilización de armaduras con diámetros de 8 mm y un límite elástico de 500 MPa.

La definición de los límites de aplicación del estudio permite configurar los diversos casos de análisis que pueden ser interesantes para conocer la influencia de diferentes parámetros. Se han diseñado 8 estudios independientes que permiten obtener conclusiones precisas sobre la influencia de parámetros concretos. En la Tabla 4.1 se especifica el nombre de cada estudio, el tipo de parámetro y su rango a estudiar, el número de casos estudiados y las variables de salida que permiten obtener las conclusiones finales.

Tabla 4.1: Resumen del estudio paramétrico desarrollado.

Estudio	Variables	Rango	Unidades	nº casos	Resultados
Curva directriz	Curva directriz	Parábola y Circunferencia	-	12	Carga última Empuje último
	Luz	2-6	m		
Resistencia combinada	Resistencia cerámica	50-65	MPa	2	Resistencia combinada
	Resistencia mortero	0-50	MPa		
Posición más desfavorable de la carga	Relación flecha vs luz	0,125-1,5	adim.	24	Carga última Empuje último
	Posición de la carga	1/8L-1/2L	m		
Influencia del peso propio	Peso propio	0-30	kN/m <sup>3</sup>	6	Carga última Empuje último
Geometría global de la bóveda	Luz	2-6	m	25	Carga última Empuje último
	Flecha	0,34-3	m		
Relación entre el armados	Ratio inferior	0-3,35	x10 <sup>-3</sup>	13	Carga última Empuje último
	Ratio superior	0-3,35	x10 <sup>-3</sup>		
Posición óptima del armado	Recubrimiento	5-70	mm	11	Carga última Empuje último
Calidad del mortero y cantidad de armado	Ratio inferior	0,5-25	x10 <sup>-3</sup>	116	Carga última Cuantía mec. inferior Cuantía mec. superior Carga última adimensional
	Ratio superior	0-8,11	x10 <sup>-3</sup>		
	Resistencia combinada	2-13,52	MPa		
	Resistencia mortero	2-50	MPa		

El número de parámetros estudiados y la cantidad de casos calculados se consideran lo suficientemente amplios como para contrastar y dar credibilidad a las conclusiones que se extraigan en posteriores apartados.

A continuación se presentan por separado los estudios realizados, argumentando la necesidad del estudio de cada parámetro, los casos escogidos para dicho análisis, los resultados obtenidos de la manera más visible y comprensible posible y un apartado final de conclusiones parciales que resumen la influencia de las variables estudiadas en la capacidad resistente de la estructura. Adicionalmente, en el Anejo B se recopilan los resultados que permiten la confección de los gráficos presentados en los siguientes apartados.

#### 4.2 Curva directriz de la bóveda

Tal y como se ha podido ver en los antecedentes históricos del método del análisis límite, la teoría de la estática gráfica y las aplicaciones prácticas de arquitectos como Gaudí han demostrado el buen funcionamiento de los polígonos funiculares y las directrices catenarias en estructuras sometidas a compresión. Antiguamente, la curva catenaria se creía equivalente a una ecuación parabólica. En 1691 Leibniz, Huygens y Bernoulli obtuvieron la verdadera ecuación de la catenaria de una manera experimental, ya que se define como la forma que obtiene una cuerda o cadena sujeta por dos extremos y sometida a su peso propio en un campo gravitatorio constante.

De todos modos, la curva parabólica ofrece resultados muy similares, sobre todo para casos en los cuales la altitud del punto superior o flecha es pequeño en relación a su luz. Ambas curvas comparten buenas propiedades en la transmisión de los esfuerzos de compresión a su

base. Motivado por estas razones y porqué la ecuación parabólica es matemáticamente mucho más manejable que la catenaria, el estudio se ha focalizado en bóvedas con ésta directriz.

La base teórica en la que se fundamenta la elección de la parábola pretende ser contrastada en este apartado mediante la herramienta informática implementada en esta tesina. La capacidad portante y la generación de empujes en la base de la curva parabólica es comparada a continuación con otra curva muy conocida y que fue una de las primeras que se aplicaron en estructuras de arco y bóveda, la circunferencia.

Para ello, se elige un ensayo contrastado previamente que sirva de base para el estudio de esta variable. Las características del ensayo escogido se presentan en el siguiente apartado, especificando la configuración exacta de la sección, las características de los materiales, la posición de aplicación de la carga puntual y la geometría global de la bóveda. La capacidad resistente y los empujes generados por ambas directrices se analizan para diferentes luces de la bóveda, manteniendo constantes las demás características y propiedades. Se escoge la luz como variable secundaria de este estudio entendiendo que es la principal característica que puede hacer variar la relación entre la capacidad resistente de una bóveda parabólica y circunferencial.

Por último, se extraen conclusiones acerca de la influencia de esta variable en la resistencia de bóvedas de cerámica armada para diferentes distancias libres entre ambos puntos de apoyo. Esto sirve para fundamentar la utilización de la curva parabólica en los siguientes casos a estudiar, teniendo en cuenta la repercusión de la forma de la directriz en los resultados obtenidos.

#### 4.2.1 Resultados

El estudio de la influencia de la curva directriz de la bóveda se ha realizado para dos tipos de ecuaciones, la parabólica y la circunferencial, eligiendo como ensayo base el especificado en la Tabla 4.2. Este caso se extrae de los ensayos realizados por Roca *et. al.* (2007), utilizados anteriormente para verificar la herramienta informática. Esta elección viene justificada por la intención de que el estudio no esté contaminado por otros factores que no forman parte del presente análisis.

Tabla 4.2: Características base del estudio de la curva directriz.

Luz, altura, ancho	Posición de la carga	Resistencia a compresión del mortero superior/inferior	Ratio de refuerzo superior/inferior	Recubrimiento mecánico
cm	-	MPa	$\times 10^{-3}$	mm
400,100,100	1/4L	36,6/36,6	0/3,35	22/16

Para conocer la variabilidad de este factor, se ha establecido como característica secundaria de estudio la distancia entre apoyos coaccionados en desplazamiento. El valor de la luz de la bóveda base varía entre los valores de 2 y 10 metros (Figura 4.1). Las diferentes combinaciones entre las variables principales y secundarias generan un total de 12 casos de estudio, suficientes como para obtener conclusiones concisas y prácticas acerca de la influencia de la curva directriz.

Se presentan los resultados gráficamente para una mejor comprensión del comportamiento obtenido por ambas curvas directrices. La Figura 4.2 muestra en el eje de abscisas la relación entre flecha y luz ( $f/L$ ) como variable adimensional, conociendo que la flecha en todas las bóvedas se ha mantenido con un valor constante de 1 metro. En el eje de ordenadas se describe el valor de la carga última de colapso y el empuje último experimentados por las bóvedas estudiadas, en kN. Puesto que se generan unos valores de carga última y empuje

similares, se pueden graficar todos los resultados en la Figura 4.2, con los valores de la carga última en línea continua y sus respectivos empujes en línea discontinua.

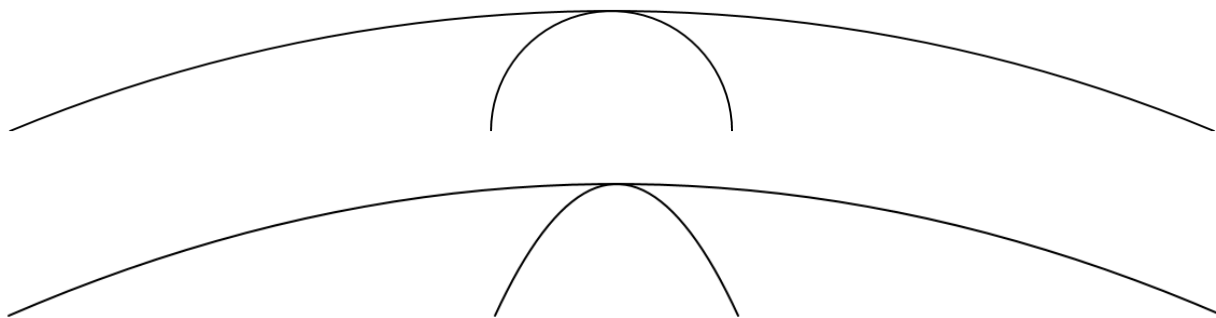


Figura 4.1: Casos límite de estudio. Curvas circunferenciales (arriba) y parabólicas (abajo).

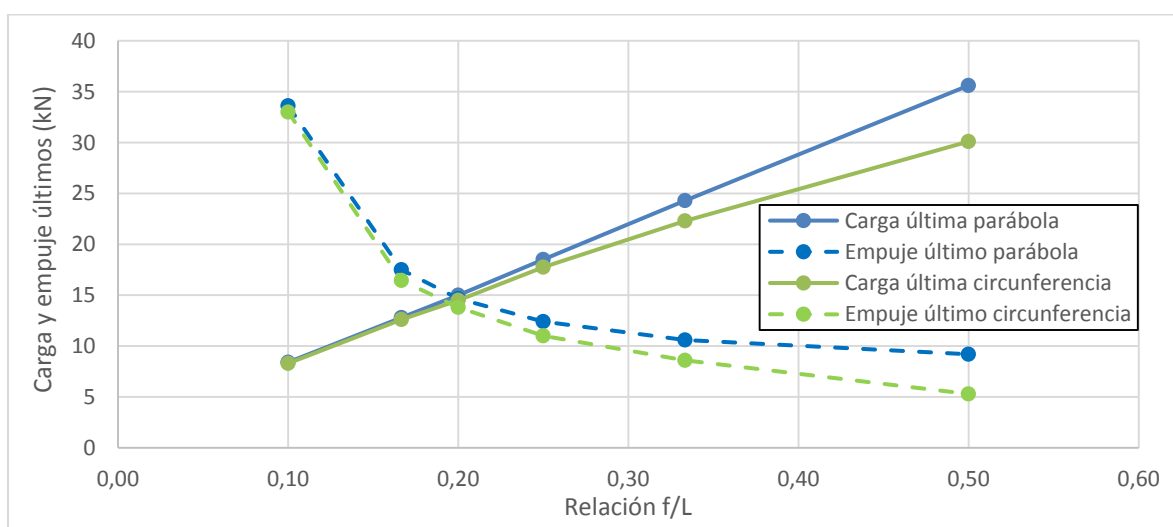


Figura 4.2: Estudio de la carga última en función de las directrices parabólica y circunferencial.

La gráfica muestra un comportamiento lineal en el caso de la directriz parabólica para las variables de carga última y luz de la bóveda. Es decir, el incremento de la carga última es directamente proporcional a la disminución de la luz. Por el contrario, su valor de empuje último tiene una tendencia a estabilizarse para valores de luz muy pequeños. En comparación con la otra curva directriz de estudio, la circunferencial experimenta un comportamiento asintótico al parabólico a medida que la luz es mayor. Esto es fácilmente entendible desde un punto de vista geométrico. Como se puede ver en la Figura 4.1, a medida que la relación  $f/L$  va decreciendo, las curvas parabólica y circunferencial van aproximándose.

En el siguiente apartado se extraen conclusiones precisas y útiles acerca del comportamiento obtenido por las directrices parabólicas y circunferenciales. Se pretende aplicar estos conocimientos a los posteriores estudios, justificando las ventajas y los inconvenientes de la elección de una curva directriz u otra en un sentido técnico y económico.

#### 4.2.2 Conclusiones parciales

En el apartado anterior se ha estudiado la influencia de la aplicación de curvas parabólicas y circunferenciales en las directrices de bóvedas con luces entre 2 y 10 metros de longitud. El comportamiento observado en ambas suposiciones es aceptable y la relación entre las variables de carga última, empuje último y luz de la bóveda sigue una tendencia lógica y esperable.



Analizando la Figura 4.2 se pueden extraer conclusiones muy concretas acerca del rendimiento de las directrices parabólicas frente a las circunferenciales:

- En ambos tipos de curva directriz, a medida que crece la relación  $f/L$  de la bóveda, su capacidad última aumenta.
- La curva parabólica tiene un comportamiento más estable y constante, teniendo un comportamiento resistente mucho mejor a la circunferencial a medida que la relación  $f/L$  de la bóveda aumenta. En cualquier caso, la capacidad resistente de la forma parabólica es siempre superior a la aportada por la circunferencial.
- Para valores de  $f/L$  reducidos, el comportamiento de las curvas circunferenciales es asintótico respecto al experimentado por las parabólicas.
- Los empujes generados en ambos casos siguen una tendencia muy parecida, estabilizándose el valor de estos a medida que la relación  $f/L$  aumenta.
- Se recomienda la utilización de curvas directrices parabólicas en el caso de bóvedas de cerámica armada, sobre todo para los casos cuya  $f/L$  sea mayor a 0,3.

Estas afirmaciones apoyan los conocimientos teóricos planteados anteriormente acerca de las buenas propiedades de la parábola frente a solicitaciones de compresión. Se observa que la transmisión de estos esfuerzos es mucho más eficaz en las directrices parabólicas que en las circunferenciales. Por otro lado, los empujes generados en la base de las bóvedas en ambos casos son parecidos. En definitiva, las conclusiones parciales extraídas en este apartado permiten justificar la utilización de directrices parabólicas a lo largo de los siguientes casos de estudio.

#### 4.3 Resistencia combinada a compresión según el EC6

Siguiendo las recomendaciones de Roca *et. al.* (2007), en el apartado de verificación de la herramienta se ha utilizado la formulación sugerida por el Eurocódigo 6 (1995) para la obtención de la resistencia a compresión combinada o equivalente para cerámica con juntas de mortero. Para el caso concreto que se estudia en la presente tesina, mediante la ecuación 3.1 y conociendo las características resistentes a compresión de la cerámica ( $f_b$ ) y el mortero ( $f_m$ ) se puede obtener la resistencia de cálculo necesaria para la aplicación del método de cálculo.

Tal y como se especifica en la normativa, esta ecuación es una aproximación y ha sido calibrada a partir de resultados experimentales. Las constantes presentes en la ecuación pueden presentar cierta variabilidad en función de las características específicas de los materiales o geométricas. Es decir, la precisión de esta formulación para casos con cerámicas con diferentes geometrías de huecos y con diferentes grosores de junta puede experimentar grandes variaciones.

En el presente apartado se expone brevemente el impacto que provoca la consideración de esta formulación en la resistencia a compresión del conjunto y hasta qué punto es conveniente considerar como aceptables los resultados obtenidos en la presente aplicación. El objetivo principal es definir que consideraciones intrínsecas se toman en el cálculo si se utiliza dicha ecuación.

##### 4.3.1 Resultados

El presente estudio simplemente relaciona las resistencias a compresión de la cerámica y el mortero mediante la formulación presente en el Eurocódigo 6 (1995). Por lo tanto, basta con definir el rango de valores estudiados para ambas variables. En este caso, se estudian dos resistencias a compresión de la cerámica (50 y 65 MPa) y se observa la variabilidad de la resistencia combinada en función de la resistencia a compresión del mortero introducida, definiendo como valores límite de 0 a 50 MPa. Los resultados obtenidos se grafican en la Figura 4.3, donde se define el eje de abscisas como la resistencia a compresión del mortero

y el eje de ordenadas como la resistencia combinada según EC6. Se observan las funciones continuas definidas por la formulación y, a modo comparativo, la resistencia propia del mortero.

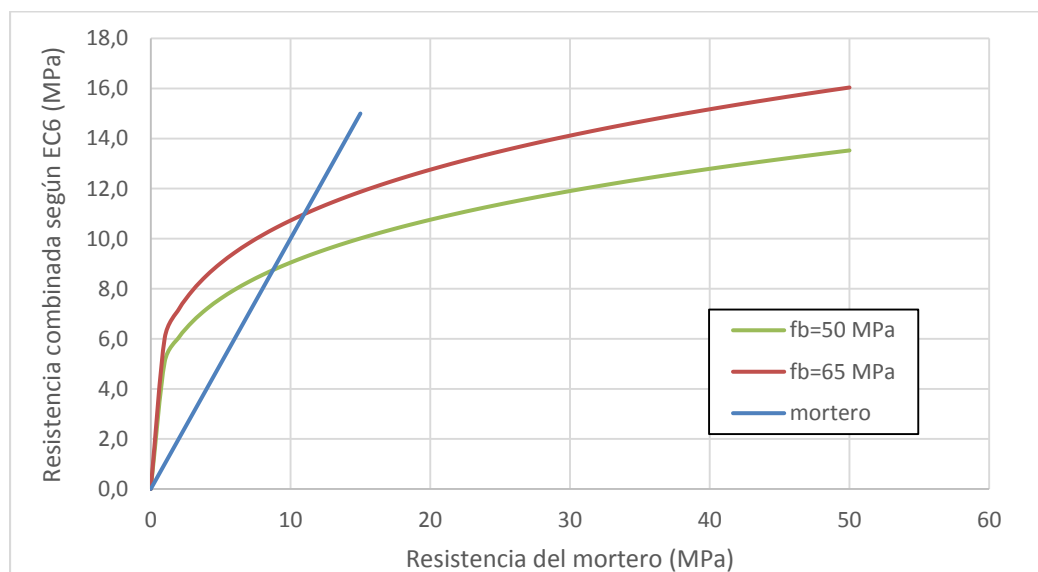


Figura 4.3: Resistencia combinada a compresión en función de la resistencia del mortero.

El gráfico presentado permite observar la ganancia de resistencia combinada a medida que se va incrementando la resistencia propia del mortero y por el hecho de aumentar la resistencia de la cerámica de 50 a 65 MPa. Además, en el caso de morteros con muy baja resistencia (2 a 8 MPa), la resistencia combinada resulta ser mayor que la propia del mortero. Las conclusiones extraídas de este análisis son ampliadas en el siguiente apartado.

#### 4.3.2 Conclusiones parciales

Por contra de lo que diría la teoría clásica, la resistencia a compresión producto de la combinación de mortero y cerámica no es la menor de ambas resistencias individuales a compresión. La formulación propuesta por el EC6 sugiere una resistencia combinada que tiene en cuenta algunos fenómenos presentes en este tipo de secciones. Las conclusiones que se pueden extraer acerca de dicha formulación son las siguientes:

- Para bajas resistencias a compresión del mortero (2 a 8 MPa), la resistencia combinada resulta mayor que la propia del mortero. Esto puede venir definido por el hecho de que la cerámica tiene la capacidad de confinar el mortero presente en sus juntas, sometándolo a esfuerzos triaxiales.
- En resistencias altas de mortero y cerámica (40 a 50 MPa), la resistencia combinada nunca supera los 16 MPa. La razón principal de esta subestimación de resistencia viene definida por la constante de 0.4, que pretende tener en cuenta los huecos presentes en la cerámica.
- La resistencia combinada tiene un incremento muy repentino en el intervalo de bajas resistencias del mortero, pero llega a estabilizarse su valor para resistencias de mortero más altas. Este fenómeno sugiere que hay un punto en el cuál no resulta rentable seguir incrementando la calidad del mortero.

El estudio de esta formulación sugiere la necesidad de comprobar la validez de sus constantes para cada caso particular. La posible existencia de discrepancias en la cantidad de huecos de la cerámica o cuantías geométricas, entre los casos supuestos a continuación y los ensayos con los que se calibró la formulación, puede llevar a resultados que se alejen de la realidad. Se entiende como necesario un estudio en profundidad de dicha formulación en futuras líneas de investigación.

#### 4.4 Posición más desfavorable para cargas puntuales

En Roca *et. al.* (2007) se especifica que la posición más desfavorable de aplicación de una carga puntual vertical en la presente aplicación es la situada a  $1/4$  de la luz. El presente apartado pretende verificar este hecho sometiendo varias geometrías de bóveda a cargas puntuales situadas en diferentes puntos de su luz para encontrar la carga última que son capaces de soportar.

Puesto que todas las bóvedas de estudio son simétricas, es suficiente estudiar las posiciones que se encuentran en una mitad de la luz. Los resultados obtenidos son extrapolables a la otra mitad de luz.

Por otro lado, se puede deducir que la relación entre carga última y posición de la carga puede variar en función de la geometría global de la estructura. Por ello, se han elegido diferentes relaciones flecha/luz a estudiar, manteniendo las demás características de la bóveda como constantes.

El objetivo de este apartado es determinar la posición más desfavorable de aplicación de una carga puntual y si ésta depende de la geometría global de la bóveda. De esta manera, se justifica la elección de una posición de la carga constante a lo largo de los próximos estudios y se tiene en cuenta lo que supone esa decisión.

##### 4.4.1 Resultados

Es necesario describir los parámetros base del estudio presentado en este apartado. En la Tabla 4.3 se especifican las características seccionales de la bóveda y las propiedades de los materiales utilizados. Para obtener la resistencia combinada a compresión, se ha utilizado la formulación analizada anteriormente.

Tabla 4.3: Características base del estudio de la posición de la carga

Luz, altura, ancho	Posición de la carga	Resistencia a compresión del mortero superior/inferior	Ratio de refuerzo superior/inferior	Recubrimiento mecánico
cm	-	MPa	$\times 10^{-3}$	mm
400,100,100	$1/4L$	21,0/13,0	0/3,35	-/19

Se analizan 4 posiciones representativas pertenecientes a la primera mitad de la luz de cada bóveda analizada. Las posiciones de estudio, como se puede observar en la Figura 4.4, son  $1/8$ ,  $1/4$ ,  $3/8$  y  $1/2$  de la luz.

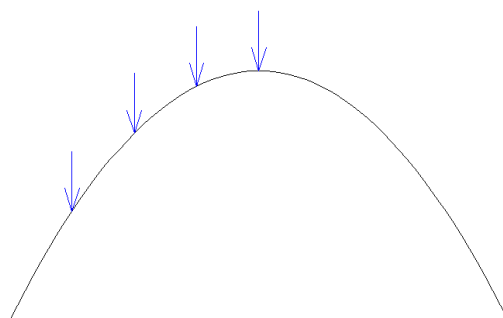


Figura 4.4: Posiciones de carga de  $1/8$ ,  $1/4$ ,  $3/8$  y  $1/2$  de luz para una parábola de  $f/L$  igual a 0,5.

Como variable secundaria a analizar se elige la flecha. Este parámetro sirve para observar el comportamiento de la posición de la carga última en función de la geometría global de la bóveda o de su relación flecha/luz. La luz se mantiene como una constante de 4 metros y las flechas estudiadas son de 0.5, 1, 2, 3, 4 y 6 metros. Los casos límite se comparan en la Figura 4.5.

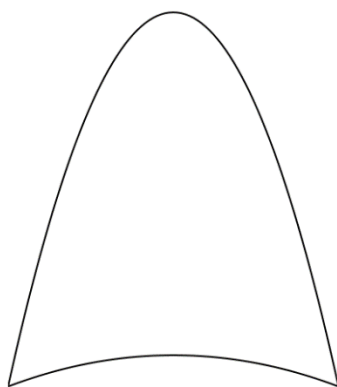


Figura 4.5: Casos límite de estudio. Parábolas de 4 metros de luz y 6 y 0,5 metros de flecha.

De la combinación de las 4 posibles posiciones de la carga puntual y las 6 posibles relaciones flecha/luz de la bóveda, se obtiene un total de 24 casos analizados. Las cargas y empujes últimos calculados para estos casos se grafican en la Figura 4.6 y Figura 4.7, con un eje de abscisas que representa la relación flecha/luz de las bóvedas y un eje de ordenadas en el cuál se indica la carga y el empuje último, respectivamente, en kN.

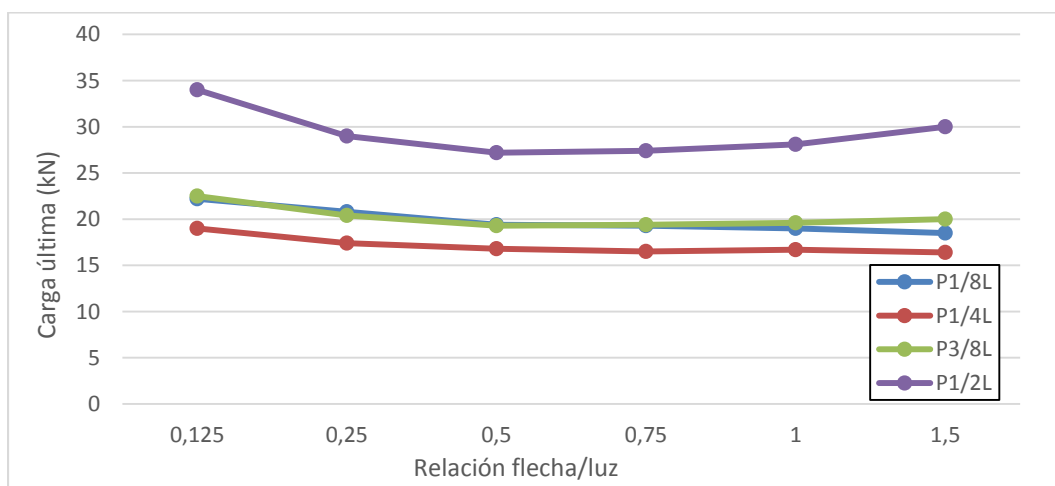


Figura 4.6: Estudio de la carga última en función de la posición de la carga y de  $f/L$ .

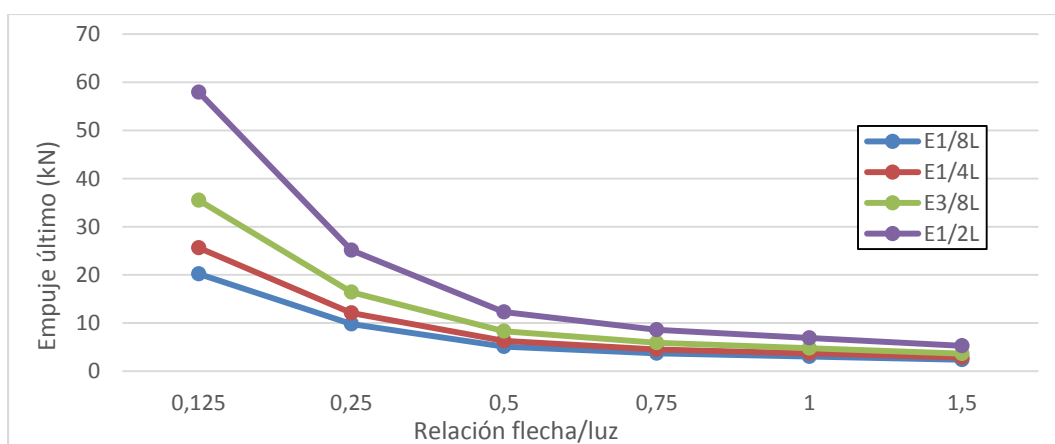


Figura 4.7: Estudio del empuje último en función de la posición de la carga y de  $f/L$ .

Para los límites de flecha/luz analizados, la posición de la carga situada a 1/4 de la luz siempre presenta una carga última menor. Esta relación no está presente en la gráfica que representa

el empuje último. En este caso, no son directamente comparables los diferentes empujes generados, puesto que vienen provocados por cargas últimas de distintas magnitudes.

En el siguiente apartado se analiza en más profundidad los resultados obtenidos y se obtienen conclusiones precisas y concretas acerca de la influencia de la posición de la carga en la obtención de la carga y empuje últimos.

#### 4.4.2 Conclusiones parciales

Las conclusiones obtenidas en este apartado vienen delimitadas para relaciones de flecha/luz comprendidas entre los valores de 0,125 y 1,5 y para 4 posiciones de carga puntual concretas.

Observando los resultados anteriores se obtienen las siguientes conclusiones:

- La posición de carga más desfavorable es la situada a 1/4 de luz, puesto que con ella se obtienen las cargas últimas más pequeñas.
- La posición de 1/2 de luz es la más favorable. El comportamiento de su carga última presenta una curva cóncava, presentando un mínimo para una relación flecha/luz de 0,5. La posición de 3/8 de luz también presenta el mismo comportamiento.
- Por el contrario, las posiciones de 1/4 y 1/8 de luz tienen una carga última estabilizada para relaciones flecha/luz medias, pero la tendencia es decreciente a medida que crece la relación flecha/luz.
- Los empujes últimos generados son menores a medida que la carga que se aplica se encuentra más cerca de los apoyos.
- Se intuye una tendencia de crecimiento exponencial de las cargas y empujes últimos para relaciones flecha/luz pequeñas. Este fenómeno es esperable, puesto que cuando  $f/L$  tiende a cero, el caso de estudio pasa a ser una viga. El presente método trata casos cuyo colapso está directamente relacionado a la inestabilidad global del elemento. Las vigas deben ser estudiadas mediante criterios resistentes y el método del análisis límite no aplica para esos casos.
- Es recomendable un estudio adicional que describa los límites de  $f/L$  para la aplicación del método del análisis límite.

Las conclusiones obtenidas en este apartado se consideran satisfactorias. El comportamiento obtenido en función de la posición de la carga y la geometría global de la bóveda es esperable y corrobora los conocimientos plasmados por Roca *et. al.* (2007). En los posteriores estudios se analiza la carga última para una carga puntual situada en la posición más desfavorable, a 1/4 de la luz. Además, se tiene en cuenta que el método estudiado no es de aplicación para casos cuyo colapso no esté relacionado con temas de inestabilidad global. Por último, se debe recordar que los empujes últimos generados en la posición más desfavorable no tienen por qué ser los máximos que pueden aparecer en la estructura.

#### 4.5 Influencia del peso propio de la cerámica armada

Los estudios presentados hasta el momento han sido calculados con un único valor representativo del peso propio de la cerámica armada. En este apartado se estudia la influencia que tiene la consideración de diferentes valores medios de peso propio en la carga y empuje últimos de la tipología estructural estudiada.

Para realizar el análisis, se escoge una bóveda tipo y se halla su situación última de colapso para un rango de pesos propios de la cerámica armada delimitados previamente. Este rango de pesos propios viene definido en el siguiente apartado.

El objetivo principal del apartado es analizar la influencia que tiene el valor del peso propio del material considerado en el cálculo en todos los análisis realizados en la presente tesina. Esto nos permite definir la fiabilidad del estudio y la utilidad de éste para casos cuyo peso propio difiera del considerado en el cálculo.

#### 4.5.1 Resultados

El estudio del peso propio se realiza con un único caso de análisis, el presentado anteriormente en la Tabla 4.2. Por lo tanto, tan solo se observará la variabilidad en la carga y empujes últimos respecto el peso propio considerado. El rango de este parámetro viene definido por la no consideración de peso propio y por la suposición extrema de los pesos propios recomendados para el hormigón armado. Teniendo en cuenta estos límites, los pesos propios analizados son los de 0, 10, 15, 20, 25 y 30 kN/m<sup>3</sup>. Cabe destacar que autores como Roca *et. al.* (2007) recomiendan la utilización de un peso propio de 20 kN/m<sup>3</sup> para la cerámica armada.

En análisis de la influencia de este tipo de carga se observa en la Figura 4.8, cuyo eje de abscisas representa el peso propio considerado y cuyo eje de ordenadas plasma la carga y empuje últimos generados en la situación de colapso de la estructura.

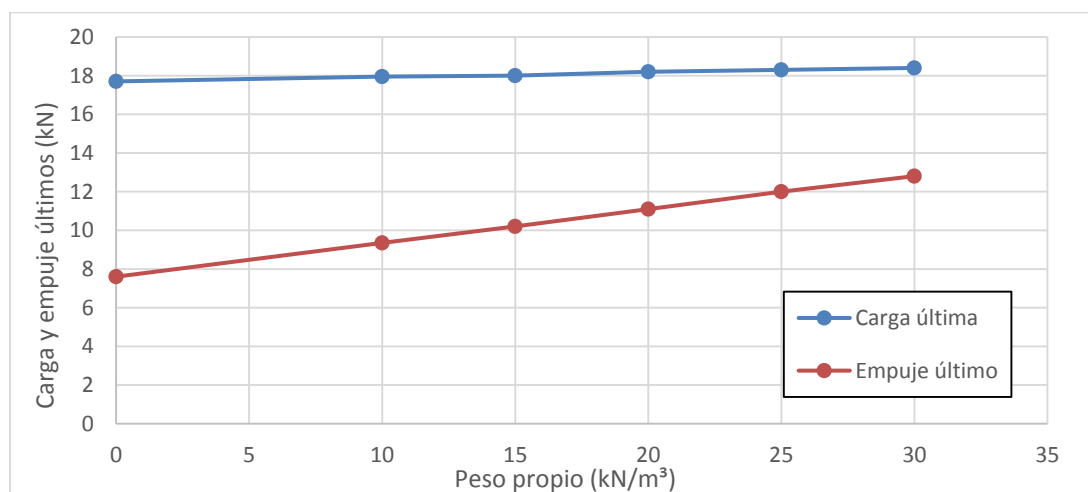


Figura 4.8: Estudio de la influencia del peso propio en la carga y empuje últimos.

En el estudio se observa un crecimiento mucho más notable del empuje último a medida que el peso propio considerado aumenta. La carga última obtenida es mucho menos sensible a este parámetro, aunque también es directamente proporcional al aumento del peso propio. A continuación se desarrolla en más detalle las conclusiones extraídas de la sensibilidad de este tipo de estructuras al parámetro del peso propio.

#### 4.5.2 Conclusiones parciales

El presente estudio analiza la influencia del peso propio de la cerámica armada en un rango de 0 a 30 kN/m<sup>3</sup> para una estructura concreta, definida en el apartado anterior. Los resultados presentados en la Figura 4.8 permiten obtener las siguientes conclusiones:

- La influencia del peso propio en el cálculo de la carga última es mínimo, observándose una variación de tan solo el 4% para los casos extremos.
- El empuje último presenta una variación del 70% entre los casos límite. Este dato determina que el cálculo preciso del empuje último real es fuertemente dependiente del parámetro estudiado.
- La carga última es directamente proporcional al peso propio. Este fenómeno puede compararse al efecto de pretensado en el hormigón armado. La consideración de una carga repartida a lo largo de toda la directriz de la bóveda estabiliza el conjunto, permitiendo un pequeño aumento de la carga última. Por otro lado, el empuje generado es mucho mayor.
- Se entiende como aceptable la consideración inicial de 25 kN/m<sup>3</sup> como valor medio de peso propio para la cerámica armada. La influencia en la carga última es mínima y se obtienen empujes del lado de la seguridad.

Se ha alcanzado el objetivo perseguido al inicio de este apartado, observándose la incidencia del peso propio en las cargas y empujes últimos. El estudio permite conocer la influencia que tiene la consideración de un peso propio determinado en la solución final y ver hasta qué punto son extrapolables los resultados para otros casos. Para los posteriores estudios se mantiene un valor medio de  $25 \text{ kN/m}^3$  de peso propio, con el objetivo de mantener cierta correlación de resultados con los anteriores apartados.

#### 4.6 Geometría global de la bóveda parabólica

Las dimensiones globales de cualquier estructura son unos de los parámetros más influyentes en su capacidad resistente. En este estudio paramétrico se presenta como indispensable estudiar la influencia de variables como la luz y la flecha de una bóveda en la carga última que ésta es capaz de soportar, así como los empujes que se generan en sus apoyos.

En este apartado se analiza la variación de las cargas y empujes últimos en función de diferentes luces y flechas. El procedimiento de este estudio sigue una metodología similar a los apartados anteriores, fijando unas características seccionales y resistentes para todos los casos y estableciendo un rango de estudio para las variables a analizar.

El objetivo es observar la influencia de la luz y la flecha de una bóveda en su comportamiento resistente para enfocar posteriores estudios hacia las variables que tengan una mayor incidencia. A continuación se establecen los casos concretos de estudio y los resultados obtenidos de su análisis.

##### 4.6.1 Resultados

El caso que se utiliza para el análisis es el presentado en la Tabla 4.2. Se conservan las características referentes a las disposiciones seccionales, capacidades resistentes y posición de la carga puntual. Las variables a modificar en este caso son la luz y la flecha de la bóveda.

Para facilitar la comprensión de los resultados, se ha decidido fijar unas relaciones de flecha/luz e ir modificando el valor de la luz en un rango determinado. Los valores de luz estudiados son 2, 3, 4, 5 y 6 metros y las relaciones flecha/luz tienen valores de 0.17, 0.20, 0.25, 0.33 y 0.50. Las diferentes combinaciones posibles entre estas variables generan un total de 25 casos a estudiar, cuyos datos de salida son la carga y el empuje último. En la Figura 4.9 y Figura 4.10 se observan los resultados finales, donde se grafican los resultados para diferentes relaciones  $f/L$ . En el eje de abscisas se muestra la luz de la bóveda, en metros, y en el eje de ordenadas la carga y empuje últimos, en kN.

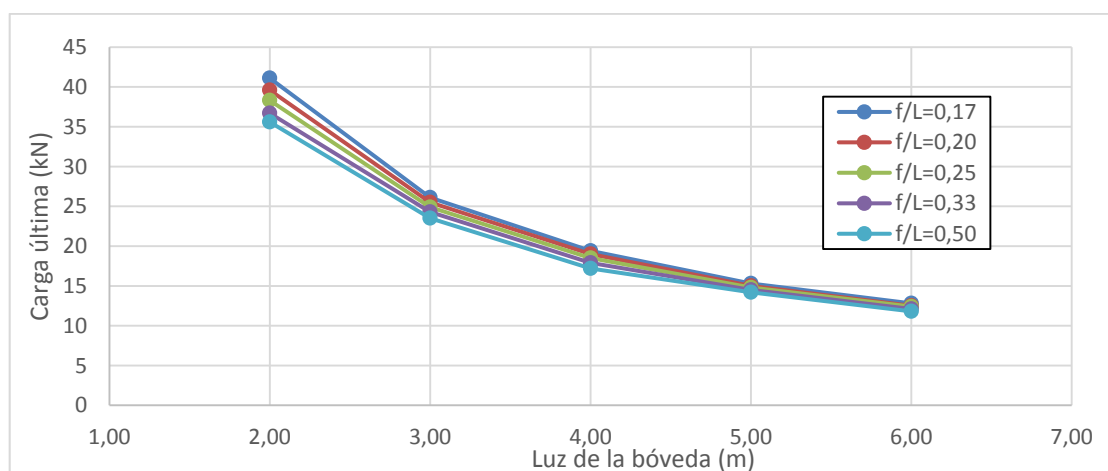


Figura 4.9: Estudio de la carga última en función de la geometría global de una bóveda.

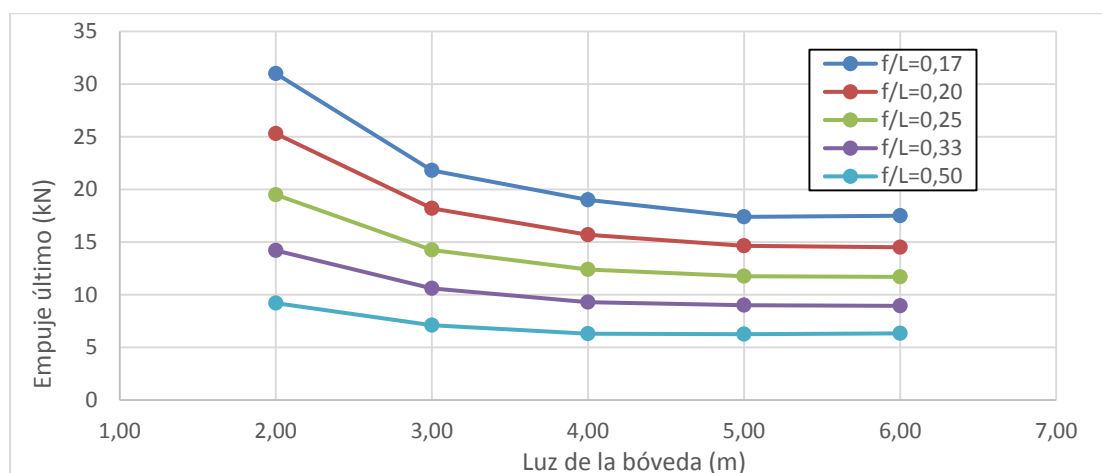


Figura 4.10: Estudio del empuje último en función de la geometría global de una bóveda.

La Figura 4.9 muestra una influencia muy pequeña de la flecha de la bóveda en la carga última, que va reduciéndose aún más a medida que la luz aumenta. La importancia del parámetro de la luz se presenta mucho mayor en términos de resistencia última.

Por otro lado, en la Figura 4.10 la flecha incide en gran medida en la generación de empujes. Para valores de  $f/L$  grandes, la influencia de la luz en el empuje último va reduciéndose.

En el siguiente apartado se estudia en mayor profundidad los resultados obtenidos, se extraen conclusiones útiles para el dimensionado de este tipo de estructuras y se definen las líneas por las cuáles es recomendable continuar los siguientes casos de estudio.

#### 4.6.2 Conclusiones parciales

Los resultados obtenidos de este análisis se limitan a una configuración seccional y propiedades de materiales concretas pero permite obtener conclusiones fiables acerca de la variación de los parámetros que definen la geometría global de una bóveda. Estos parámetros vienen definidos por luces comprendidas entre 2 y 6 metros y relaciones de flecha/luz entre los valores de 0.17 y 0.50. Las conclusiones obtenidas se dividen en los siguientes puntos:

- La flecha no es un parámetro determinante en la obtención de la carga última de una bóveda (5% de variación), sobre todo para luces grandes. En cualquier caso, el dimensionado de bóvedas con una relación flecha/luz baja es favorable desde el punto de vista resistente.
- La variación de la luz tiene una gran incidencia en la carga última, observándose diferencias del 200% en la carga última.
- Los empujes generados son mucho mayores para relaciones flecha/luz pequeñas, con diferencias de hasta el 240% entre los valores de  $f/L$  extremos (0,17 y 0,50).
- La luz de la bóveda tiene una influencia mayor en el empuje para casos cuya  $f/L$  es pequeña. Para estudios con  $f/L=0,5$  el empuje último se estabiliza para los diferentes valores de la luz.

Analizando las diferentes conclusiones se observa que a medida que se reduce la flecha de la bóveda, la resistencia crece, pero el empuje lo hace mucho más notablemente. Por otro lado, el parámetro de la luz tiene una influencia mucho mayor en la obtención de la carga última. El análisis en profundidad de un parámetro u otro dependerá de las motivaciones del estudio, ya sea hacia un conocimiento de la carga o el empuje últimos generados.



#### 4.7 Relación entre el armado superior e inferior

Hasta ahora, los estudios realizados se han centrado en parámetros relacionados con la geometría global y el cálculo de la estructura. Habiendo observado la influencia de estas variables, los próximos análisis se focalizan en la influencia de la cantidad y disposición de mallados de acero estructural en la capacidad resistente de una sección de cerámica armada.

El objetivo de este apartado es observar y obtener conclusiones acerca del comportamiento estructural de una bóveda de cerámica armada en función de las cuantías geométricas de armado superior e inferior. Esto permite obtener conocimientos prácticos acerca de las características necesarias para realizar un buen dimensionado en este tipo de estructuras.

##### 4.7.1 Resultados

La bóveda objeto de análisis es la presentada anteriormente en la Tabla 4.2. Las características de este caso se mantendrán constantes y solo se modificarán los ratios de armado superior e inferior. Se entiende que las variables de diámetro de las barras de armado y propiedades mecánicas del acero estructural no son factores que necesiten un estudio específico. La cuantía geométrica o ratio de armado es una variable lo suficientemente adecuada como para englobar la incidencia de los parámetros mencionados.

La estrategia planteada para este análisis es fijar un ratio de armado total y repartir diferentes porcentajes a los ratios superiores e inferiores. De esta manera, para un ratio de armado total de  $3,35 \cdot 10^{-3}$ , se calculan las cargas y empujes últimos para los casos en los que el armado superior posea el 100, 75, 50, 25 y 0% de dicho ratio. Los casos se resumen en la Tabla 4.4

Tabla 4.4: Casos de estudio de la relación entre armados superior e inferior.

Ratio total	Ratio superior	Ratio inferior	Ratio superior
$\times 10^{-3}$	%	$\times 10^{-3}$	$\times 10^{-3}$
3,35	0	3,35	0,00
3,35	25	2,51	0,84
3,35	50	1,68	1,68
3,35	75	0,84	2,51
3,35	100	0,00	3,35

Si bien dichos casos no se vinculan a ninguna configuración de armado determinada, el estudio permite obtener la influencia de los armados superior e inferior manteniendo la misma capacidad resistente seccional de la estructura. Los resultados obtenidos se muestran en la Figura 4.11.

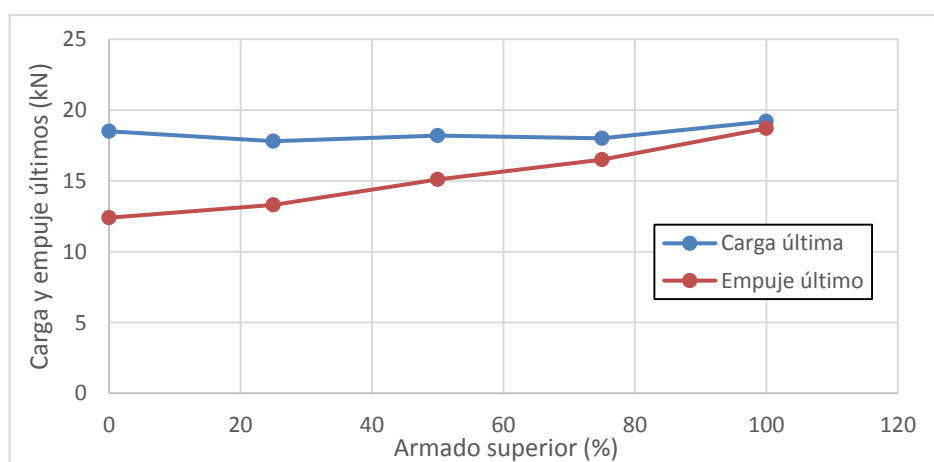


Figura 4.11: Estudio de la carga y empuje últimos en función de la relación de armados superior e inferior.

En análisis de estas variables determina que, bajo diferentes relaciones de armados superior e inferior, el valor de la carga última no experimenta grandes variaciones. Por el contrario, el empuje último generado si lo hace, siendo mayor cuando el ratio total de armado se encuentra en la parte superior.

La influencia de estos parámetros también ha sido estudiada incrementando gradualmente cada ratio por separado, manteniendo el otro igual a cero. De esta manera, se observa si la capacidad resistente en ambos casos sigue una misma tendencia. Los casos estudiados se presentan en la Tabla 4.5.

Tabla 4.5: Casos de estudio del incremento del armado inferior (izquierda) y superior (derecha).

Ratio inferior	Ratio superior	Ratio superior	Ratio inferior
$\times 10^{-3}$	$\times 10^{-3}$	$\times 10^{-3}$	$\times 10^{-3}$
0,84	0	0,84	0
1,68	0	1,68	0
2,51	0	2,51	0
3,35	0	3,35	0

Los resultados obtenidos se grafican en la Figura 4.12, tanto para el incremento del ratio inferior (azul) como para el superior (verde). En el eje de abscisas se representa el ratio de armado superior e inferior, según corresponda, y en el eje de ordenadas se plasma la carga y el empuje últimos obtenidos.

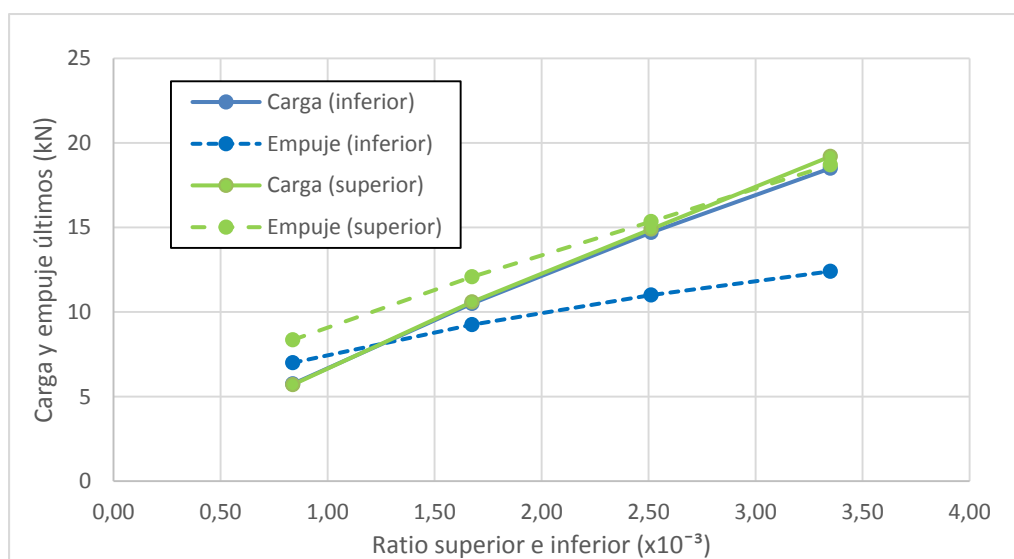


Figura 4.12: Estudio de la carga y empuje últimos en función del incremento del armado superior e inferior.

En el estudio se observa una tendencia muy similar en la relación entre el ratio y la carga última para los ratios superior e inferior. En cambio, la pendiente en el incremento del empuje es mucho menos pronunciada para el caso del armado inferior. Este comportamiento es totalmente compatible con el obtenido en la Figura 4.11 y corrobora las conclusiones que se puedan extraer de él.

En el siguiente apartado se extraen conclusiones obtenidas del estudio presentado, focalizándose en el impacto que tienen los parámetros analizados en la carga y el empuje últimos, así como su importancia en el proceso de predimensionado.

#### 4.7.2 Conclusiones parciales

El estudio se ha realizado para una bóveda tipo de 4 metros de luz y 1 metro de flecha, modificando los parámetros de cantidad de armado superior e inferior entre ratios de 0 y  $3,35 \cdot 10^{-3}$ . En estos intervalos se observa la influencia de los armados en la respuesta final de la estructura, y de ella se obtienen las siguientes conclusiones:

- La combinación de armadura inferior y superior no ofrece ningún beneficio desde el punto de vista resistente, puesto que la carga última se ve afectada mínimamente. En todo caso, la concentración del ratio de armado en la parte superior ofrece un aumento de resistencia del 4% respecto a concentrarlo en la parte inferior.
- El pequeño aumento de resistencia para la armadura superior se ve contrarrestado por un aumento del 50% en el empuje generado en los apoyos.
- El incremento en ambos armados independientemente ofrece una misma tendencia de crecimiento de resistencia, pero el aumento del empuje es mucho más pronunciado para armados en la parte superior.

El estudio de los ratios de armado permite observar que desde un punto de vista resistente es mucho mejor concentrar la armadura en el mallado inferior, puesto que se obtiene una carga última aceptable y se generan empujes menores. Cabe destacar que, para cantidades de armado importantes y geometrías limitadas, puede ser necesario disponer parte de las barras en la parte superior. Por otro lado, relaciones de resistencia del mortero y la cerámica extremas pueden modificar el resultado obtenido, siendo necesarios estudios adicionales para dichos casos.

Los cálculos realizados han sido fijados para unos recubrimientos constantes. Esta variable puede tener una incidencia importante en los resultados obtenidos, por lo que se estudia su influencia en el siguiente apartado.

#### 4.8 Posición óptima de una malla única de armado

Se ha observado en el estudio anterior la influencia que tiene la relación de armados superior e inferior en la carga y empuje últimos de una bóveda específica. Los resultados obtenidos afirman que la carga última no experimenta una gran variación para diferentes relaciones de armados si se mantiene el ratio total de armadura. Desde un punto de vista práctico, la introducción de un solo mallado como armado inferior es muy eficiente. Por ello, el presente apartado estudia la influencia de la posición del armado para una bóveda específica con un único mallado de refuerzo.

El objetivo del estudio es observar la influencia de diferentes distancias de recubrimiento y determinar si existe una posición óptima de colocación del armado. Para ello, se analiza una bóveda específica modificando las distancias de recubrimiento de su armadura y observando las cargas y empujes últimos obtenidos.

##### 4.8.1 Resultados

Como en la mayoría de los estudios, las características de la bóveda analizada han sido presentadas en la Tabla 4.2. Las características geométricas y propiedades mecánicas se mantienen constantes, mientras que la única variable de estudio es el recubrimiento inferior. Éste se irá modificando con el objetivo de recorrer todas las posiciones posibles del mallado, actuando tanto como un armado superior como inferior, pasando por la posición situada en el centro geométrico de la sección. Para cada caso analizado, se calcula su estado último resistente y se analizan los resultados de carga y empuje últimos hallados.

Los casos límite de análisis se fijan imponiendo un recubrimiento mecánico mínimo de 5 mm. Así pues, los casos de análisis abarcan unas distancias del armado respecto la superficie inferior de 5, 10, 16, 20, 30, 37.5, 45, 55, 59, 65 y 70 mm. Las cargas y empujes últimos se

grafican en la Figura 4.13, representando en el eje de abscisas la posición del armado en mm y en ordenadas el valor de la carga y empuje últimos en la situación de colapso.

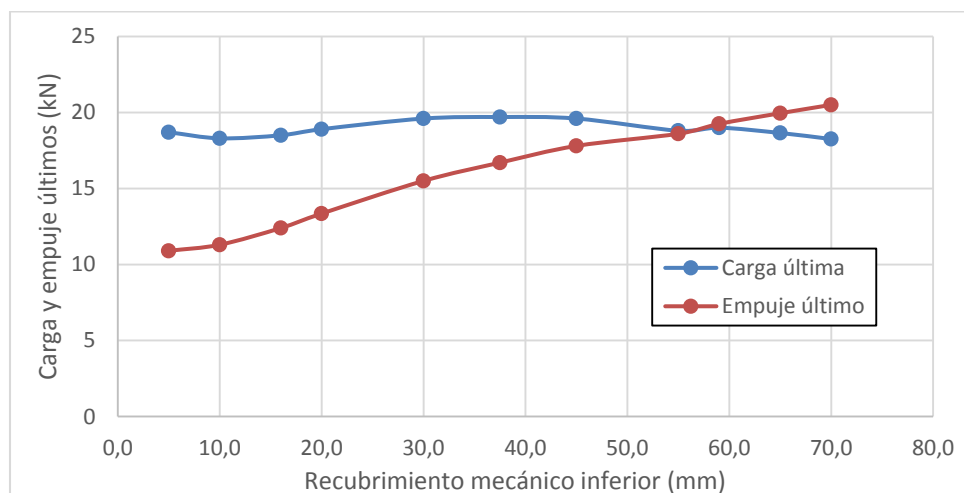


Figura 4.13: Estudio de la carga y empuje últimos en función de la posición de una malla de armado.

Se observa una tendencia creciente del empuje último a medida que el armado se va acercando a la superficie superior de la sección. Por el contrario, la carga última experimenta un máximo en la posición situada en el centro geométrico de la sección, siendo sus valores mínimos en las posiciones de 10 y 70 mm. A continuación, se desarrolla con más detenimiento el análisis del estudio y se extraen conclusiones específicas de la variable estudiada.

#### 4.8.2 Conclusiones parciales

El estudio se ha realizado para una bóveda cuyas características están representadas en la Tabla 4.2, modificando la posición de la malla de armado desde una distancia a la superficie inferior de la sección de 5 a 70 mm. Para estos casos específicos se obtienen conclusiones acerca de la influencia de la posición de un único mallado en una sección de cerámica armada:

- La variable analizada no tiene una gran influencia en la carga última de la estructura, observándose una variación máxima del 8% entre los casos de 37,5 y 70 mm de distancia.
- La posición óptima de un mallado único de armado en términos de carga última es la situada en el centro geométrico de la sección.
- La influencia de la posición del armado es muy importante en la obtención del empuje último, con variaciones del 88% entre los casos extremos de 5 y 70 mm de distancia.
- La posición óptima del armado en términos de empuje último es la situada lo más cercana posible a la superficie inferior.

Las conclusiones obtenidas en este estudio no hacen más que corroborar las formuladas en el apartado 4.7.2 acerca de la relación de armados superior e inferior. En términos de empuje último, es mucho más eficiente colocar la armadura en la parte inferior de la sección. Como aspecto más notable, se observa que, desde el punto de vista resistente, la mejor posición del armado está en el centro geométrico de la sección. Este fenómeno se entiende esperable puesto que el armado contribuye de una manera mucho más equitativa tanto para la generación de los límites de resistencia superior como inferior.

#### 4.9 Calidad del mortero y cantidad de armado

La gran mayoría de los estudios anteriores han analizado la influencia de variables relacionadas con la geometría global y local de las estructuras. En el presente apartado, se estudia la influencia de las características mecánicas de los materiales implicados en el cálculo.

El objetivo es observar el comportamiento de bóvedas con distintas cantidades de armado y resistencias a compresión del mortero y determinar la influencia de estas variables en la obtención de la carga última. Con tal de alcanzar este propósito, se han estudiado bóvedas sin armado superior y estableciendo como variables el ratio de armado inferior y la resistencia a compresión del mortero.

##### 4.9.1 Resultados

En la Tabla 4.2 se pueden observar las características de la bóveda que sirve de base para la realización de este estudio. Se mantiene constante el ratio de armado superior como nulo, mientras que el ratio de armado inferior y la resistencia del mortero son las variables. Para diferentes calidades del mortero, se establecen diferentes ratios inferiores de armado, calculando para cada caso la carga última de la estructura.

Se estudian calidades de mortero de 2, 5, 10, 20, 35 y 50 MPa y ratios de armado inferior que varían entre 0,5 y  $25 \times 10^{-3}$ . La resistencia combinada de la cerámica y el mortero se calcula según la formulación del EC6, para el caso de una cerámica de 50 MPa de resistencia a compresión. Por otro lado, la elección de diferentes ratios de armado inferior viene condicionada por la calidad del mortero, observándose una relación directa entre las contribuciones del mortero y la armadura. En la Tabla 4.6 se observan todos los casos estudiados.

Tabla 4.6: Casos de estudio de la calidad del mortero y la cantidad de armado.

Resistencia mortero (fm)	Resistencia combinada (fc)	Ratio inferior
MPa	MPa	$\times 10^{-3}$
2,00	2,00	0,50
2,00	2,00	1,00
2,00	2,00	1,89
2,00	2,00	3,35
5,00	5,00	0,50
5,00	5,00	1,89
5,00	5,00	2,50
5,00	5,00	3,35
10,00	9,04	0,80
10,00	9,04	1,89
10,00	9,04	3,35
10,00	9,04	4,50
20,00	10,76	1,89
20,00	10,76	3,35
20,00	10,76	5,50
20,00	10,76	8,00
35,00	12,37	1,89
35,00	12,37	3,35
35,00	12,37	8,50
35,00	12,37	14,00

Resistencia mortero (fm)	Resistencia combinada (fc)	Ratio inferior
MPa	MPa	$\times 10^{-3}$
50,00	13,52	1,89
50,00	13,52	3,35
50,00	13,52	10,00
50,00	13,52	17,00
50,00	13,52	25,00

De los casos presentados se obtiene la carga última que es capaz de soportar la estructura. En la Figura 4.14 se grafican los resultados, estableciendo en el eje de abscisas el ratio de armado inferior ( $\times 10^{-3}$ ) y en ordenadas la carga última en situación de colapso, en kN.

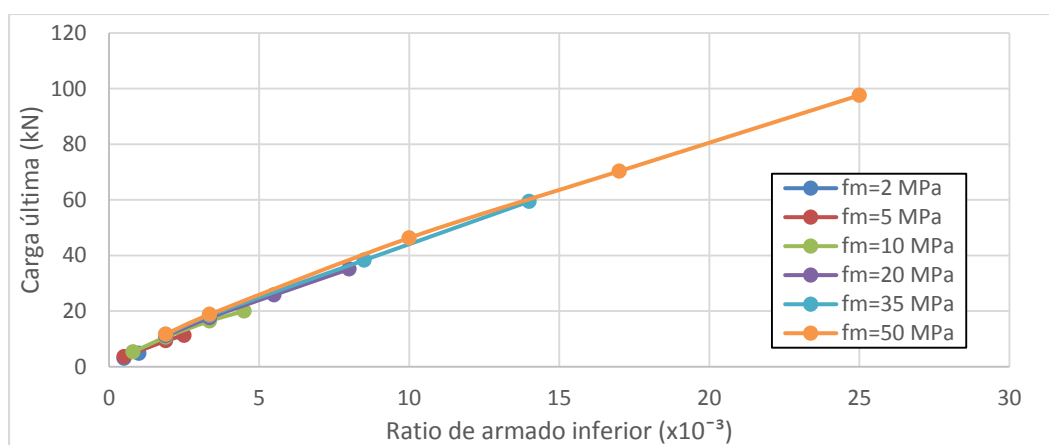


Figura 4.14: Estudio de la carga última en función del ratio de armado inferior para diferentes resistencias de mortero.

Se observa una tendencia directamente proporcional de la cantidad de armado y la carga última que es capaz de soportar la estructura, independientemente de la calidad del mortero utilizada. Aun así, se ha observado que para un óptimo trabajo de la armadura, es necesario un equilibrio entre el ratio de armado y la calidad del mortero.

Para una mejor comprensión de los datos, en la Figura 4.15 se establece como constante el ratio de armado inferior, representando en el eje de abscisas la resistencia a compresión del mortero, en MPa, y en el eje de ordenadas la carga última, en kN.

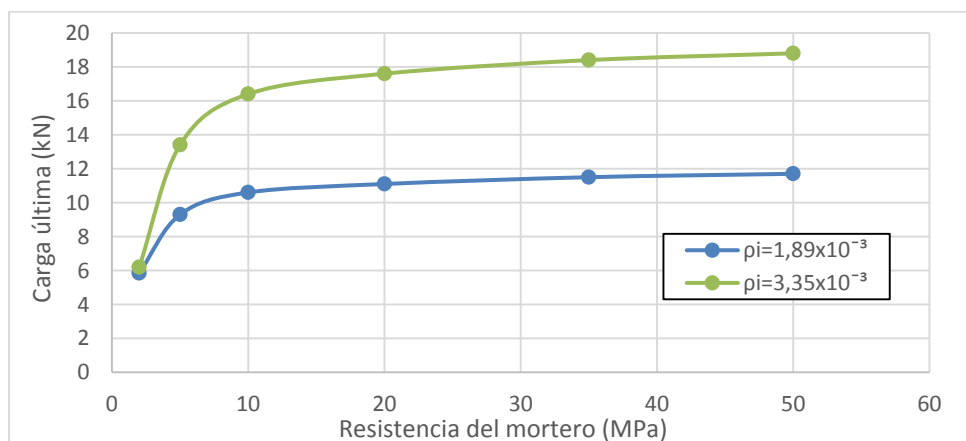


Figura 4.15: Estudio de la carga última en función de la resistencia del mortero para diferentes ratios de armado inferior.

En este caso, la carga última tiende a estabilizarse en un valor concreto para un ratio de armado inferior definido. Al igual que en el anterior gráfico, se puede deducir que el aumento de la carga última está mucho más ligado a la cantidad de armado que a la calidad del mortero. Aun así, a continuación se extraen conclusiones mucho más precisas sobre la influencia de ambas variables.

#### 4.9.2 Conclusiones parciales

El estudio de la influencia de la cantidad de armado y calidad del mortero se ha realizado para una configuración geométrica de la bóveda específica y sin considerar ningún tipo de armado superior. De las figuras obtenidas de los resultados y conocimientos anteriores relacionados con los materiales utilizados, se obtienen las siguientes conclusiones:

- El aumento de la resistencia del mortero tiene una incidencia muy pequeña para valores superiores a los 10 MPa. Este fenómeno es debido tanto a la formulación utilizada para obtener la resistencia combinada según el EC6 como al hecho de que, para morteros de alta resistencia y poco armado, la armadura es incapaz de equilibrar los esfuerzos máximos que es capaz de ofrecer el mortero.
- El aumento del armado incide directa y notablemente sobre la carga última de la estructura, siguiendo para diferentes casos de resistencia de mortero la misma pendiente. Aun así, es necesaria una calidad del mortero que sea capaz de ofrecer los esfuerzos necesarios para equilibrar la armadura. Así pues, para alcanzar grandes cargas últimas, es necesario introducir un ratio de armado elevado, acompañado de una resistencia de mortero adecuada.

De estas conclusiones se extrae la necesidad de definir unos parámetros que permitan observar si existe cierto equilibrio entre la calidad del mortero y la cantidad de armado, optimizando así los materiales. Se ha observado que variables como la profundidad del bloque de compresiones, el dominio de deformaciones o la tensión a la que trabaja la armadura en el estado último resistente son unos buenos indicadores de una correcta configuración seccional de la estructura.

#### 4.10 Generación de ábacos de predimensionado

El estudio de la calidad del mortero y la cantidad de armado y su influencia en la carga última ha arrojado resultados muy concretos acerca de la estrecha relación entre estas variables. Las contribuciones resistentes del mortero y el armado definen en gran parte la capacidad resistente de este tipo de estructuras. Estas conclusiones motivan la realización de un análisis más profundo de dichos parámetros y la generación de herramientas útiles que permitan relacionarlos de una manera mucho más rápida y eficiente.

El presente apartado expone la metodología necesaria para aplicar la generación de una serie de ábacos de cálculo adimensionales que permitan obtener la carga última aplicable a una bóveda concreta, dadas todas sus características globales y seccionales. Este método, basado en los ya existentes ábacos adimensionales para vigas de hormigón armado, pretende ser una herramienta aproximada que se presenta como una alternativa muy competitiva frente a los métodos numéricos, sobre todo en las fases de anteproyecto.

##### 4.10.1 Método propuesto

Los ábacos generados por este método son de aplicación muy concreta y específica, siendo las únicas variables presentes en los diagramas los ratios de armado superior e inferior, la calidad del mortero y la carga puntual última que puede soportar la estructura. Es decir, cada ábaco adimensional es aplicable únicamente a una geometría seccional (canto total, espesor de la capa de mortero de compresión, recubrimientos de armado) y a una geometría global de la bóveda (flecha y luz).

Las formulaciones necesarias para transformar los parámetros en variables adimensionales son directas adaptaciones de las típicas ecuaciones presentes en los ábacos de hormigón armado. Éstas se basan en el concepto de cuantía mecánica, que implica la directa relación de las contribuciones resistentes del mortero y el armado. La principal diferencia entre ambas formulaciones es la presencia de 2 valores diferentes de resistencia característica a compresión por parte de la cerámica armada. Por un lado, la perteneciente al mortero y, por otro, la resultante de combinar las resistencias de la cerámica y el mortero según el EC6. Las ecuaciones adimensionales adaptadas para la cerámica armada se presentan a continuación:

$$U_i = A_i \cdot f_{y_i} = \rho_i \cdot b \cdot h \cdot 500$$

$$U_s = A_s \cdot f_{y_s} = \rho_s \cdot b \cdot h \cdot 500$$

$$U_m = f_m \cdot b \cdot h$$

$$U_c = f_c \cdot b \cdot h$$

$$\omega_i = \frac{U_i}{U_m}$$

$$\omega_s = \frac{U_s}{U_c}$$

$$v = P \cdot \frac{\omega_i + \omega_s}{U_i + U_s}$$

donde

- $A_s$  y  $A_i$  son las áreas totales de armadura superior e inferior, respectivamente.
- $f_{ys}$  y  $f_{yi}$  son las resistencias características del acero de la armadura superior e inferior, respectivamente.
- $U_s$  y  $U_i$  son las cuantías mecánicas de las armaduras superior e inferior, respectivamente.
- $f_m$  es la resistencia característica a compresión del mortero.
- $f_c$  es la resistencia combinada a compresión del mortero y la cerámica.
- $U_m$  y  $U_c$  son las cuantías mecánicas del mortero y de la combinación mortero-cerámica, respectivamente.
- $\omega_s$  y  $\omega_i$  son la cantidad de armado adimensional superior e inferior, respectivamente.
- $v$  es la carga última adimensional que puede soportar la estructura.

La formulación expuesta se aplica para una bóveda, cuyas características están descritas en la Tabla 4.2, variando la resistencia del mortero y las cantidades de armado superior e inferior. Para cada valor de cantidad de armado adimensional superior, estudia la incidencia de la cantidad de armado adimensional inferior en la carga última adimensional. Por lo tanto, se decide calcular diferentes combinaciones de estas dos variables para unos valores de  $\omega_s$  iguales a 0, 0,1 y 0,3. Los casos de estudio se presentan en la Tabla 4.7, Tabla 4.8 y Tabla 4.9.

Tabla 4.7: Casos de cálculo para un armado adimensional superior nulo.

$f_m$	$f_c$	$\omega_s$	$\rho_s$	$\rho_i$
MPa	MPa	adim.	$\times 10^{-3}$	$\times 10^{-3}$
2,00	2,00	0,00	0,00	0,50
2,00	2,00			1,00
5,00	5,00	0,00	0,00	0,50
5,00	5,00			1,89
5,00	5,00			2,50
10,00	9,04	0,00	0,00	0,80



$f_m$	$f_c$	$\omega_s$	$\rho_s$	$\rho_i$
MPa	MPa	adim.	$\times 10^{-3}$	$\times 10^{-3}$
10,00	9,04	0,00	0,00	1,89
10,00	9,04			3,35
10,00	9,04			4,50
20,00	10,76	0,00	0,00	1,89
20,00	10,76			3,35
20,00	10,76			5,50
20,00	10,76			8,00
35,00	12,37	0,00	0,00	1,89
35,00	12,37			3,35
35,00	12,37			8,50
35,00	12,37			14,00
50,00	13,52	0,00	0,00	1,89
50,00	13,52			3,35
50,00	13,52			10,00
50,00	13,52			17,00
50,00	13,52			25,00

Tabla 4.8: Casos de cálculo para un armado adimensional superior igual a 0,1.

$f_m$	$f_c$	$\omega_s$	$\rho_s$	$\rho_i$
MPa	MPa	adim.	$\times 10^{-3}$	$\times 10^{-3}$
2,00	2,00	0,10	0,40	0,50
2,00	2,00			1,00
5,00	5,00	0,10	1,00	0,50
5,00	5,00			1,89
5,00	5,00			2,50
10,00	9,04	0,10	1,81	0,80
10,00	9,04			1,89
10,00	9,04			3,35
10,00	9,04			4,50
10,00	9,04			6,00
20,00	10,76	0,10	2,15	1,89
20,00	10,76			3,35
20,00	10,76			5,50
20,00	10,76			8,00
20,00	10,76			11,00
35,00	12,37	0,10	2,47	1,89
35,00	12,37			3,35
35,00	12,37			8,50
35,00	12,37			14,00
35,00	12,37			19,00
50,00	13,52	0,10	2,70	1,89
50,00	13,52			3,35
50,00	13,52			10,00

$f_m$	$f_c$	$\omega_s$	$\rho_s$	$\rho_i$
MPa	MPa	adim.	$\times 10^{-3}$	$\times 10^{-3}$
50,00	13,52	0,10	2,70	17,00
50,00	13,52			25,00

Tabla 4.9: Casos de cálculo para un armado adimensional superior igual a 0,3.

$f_m$	$f_c$	$\omega_s$	$\rho_s$	$\rho_i$
MPa	MPa	adim.	$\times 10^{-3}$	$\times 10^{-3}$
2,00	2,00	0,30	1,20	0,50
2,00	2,00			1,00
5,00	5,00	0,30	3,00	0,50
5,00	5,00			1,89
5,00	5,00			2,50
5,00	5,00			3,35
10,00	9,04	0,30	5,43	0,80
10,00	9,04			1,89
10,00	9,04			3,35
10,00	9,04			4,50
10,00	9,04			6,00
20,00	10,76	0,30	6,45	1,89
20,00	10,76			5,50
20,00	10,76			8,00
20,00	10,76			11,00
35,00	12,37	0,30	7,42	1,89
35,00	12,37			3,35
35,00	12,37			8,50
35,00	12,37			14,00
35,00	12,37			19,00
50,00	13,52	0,30	8,11	1,89
50,00	13,52			3,35
50,00	13,52			10,00
50,00	13,52			17,00
50,00	13,52			25,00

Los resultados obtenidos por el cálculo según el método del análisis límite se grafican formando una nube de puntos. Estos puntos se agrupan según la cantidad de armado superior adimensional y se representan definiendo, en el eje de abscisas, la cantidad de armado inferior adimensional y, en las ordenadas, la carga última adimensional que soporta la estructura. Esto se observa en la Figura 4.16.

Las nubes de puntos obtenidas para cada serie de armados superiores adimensionales siguen una tendencia muy marcada, observándose una relación directamente proporcional de las variables de armado inferior y carga última adimensionales. Esto permite simplificar los resultados sustituyéndolos por una línea de tendencia. En este caso, se ha optado por introducir una función polinómica de tercer grado, la que ofrece a todo el conjunto de datos una mayor precisión en términos de coeficiente de determinación ( $R^2$ ).

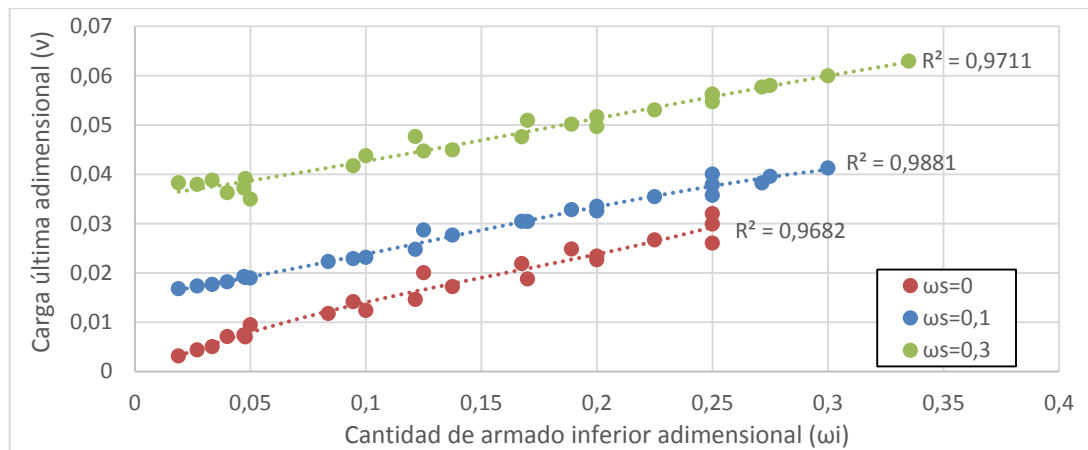


Figura 4.16: Ábaco adimensional para una bóveda de 4 metros de luz.

Debe tenerse en cuenta que los casos estudiados han sido delimitados a una cantidad de armado inferior adimensional tal que, para un valor determinado de  $\omega_s$ , el bloque de compresiones no actúe a la vez en la capa de mortero de compresión y en la cerámica. La razón de ser de este criterio responde tanto a la simplificación en el cálculo como a una manera de controlar la adecuada configuración seccional de los materiales. Como se puede observar en la Figura 4.16, para los casos de  $\omega_s$  iguales a 0, 0.1 y 0.3, la variable  $\omega_s$  se ha delimitado a los valores de 0.25, 0.3 y 0.34, respectivamente.

La generación de este tipo de ábacos permite una rápida comprobación de la carga última que es capaz de soportar una bóveda, con las mismas características geométricas, bajo diferentes configuraciones resistentes de sus materiales. Para ejemplificar la metodología de uso a seguir y comprobar la precisión de la herramienta, se plantea un ejemplo que es calculado mediante el ábaco generado en la Figura 4.16 y la herramienta informática automatizada en la presente tesina.

Las características resistentes de los materiales que forman la bóveda son una  $f_c$  de 5 MPa, una  $f_m$  de 20 MPa, un  $\rho_i$  de  $8 \times 10^{-3}$  y un  $\rho_s$  de  $2 \times 10^{-3}$ . El proceso de cálculo seguido se presenta a continuación, ilustrado por la Figura 4.17.

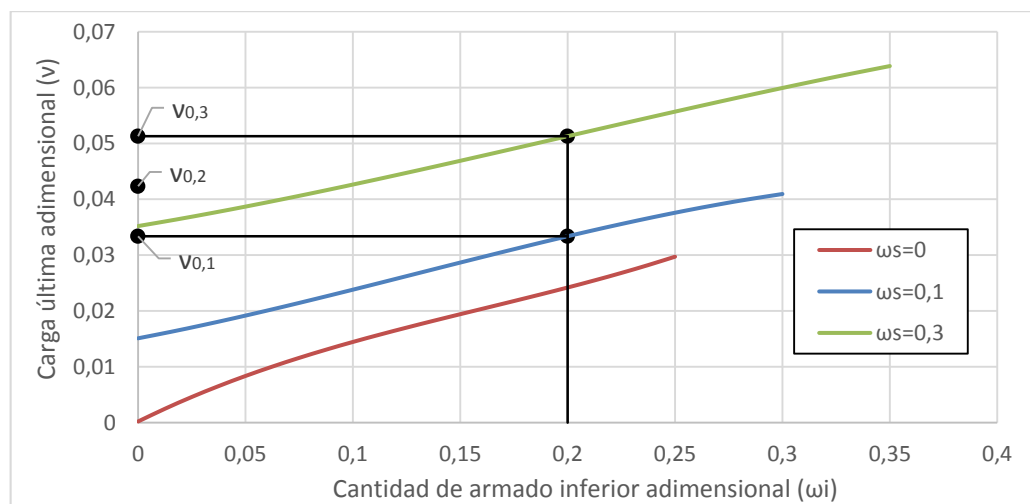


Figura 4.17: Ejemplo de aplicación del ábaco adimensional.

$$U_i = \rho_i \cdot b \cdot h \cdot 500 = 8 \cdot 10^{-3} \cdot 1000 \cdot 75 \cdot 500 = 300 \text{ kN}$$

$$U_s = \rho_s \cdot b \cdot h \cdot 500 = 2 \cdot 10^{-3} \cdot 1000 \cdot 75 \cdot 500 = 75 \text{ kN}$$

$$U_m = f_m \cdot b \cdot h = 20 \cdot 1000 \cdot 75 = 1500 \text{ kN}$$

$$U_c = f_c \cdot b \cdot h = 5 \cdot 1000 \cdot 75 = 375 \text{ kN}$$

$$\omega_i = \frac{U_i}{U_m} = \frac{300}{1500} = 0,2$$

$$\omega_s = \frac{U_s}{U_c} = \frac{75}{375} = 0,2$$

$$\nu_{0,3} = 0,051 \text{ (gráficamente)}$$

$$\nu_{0,1} = 0,033 \text{ (gráficamente)}$$

$$\nu_{0,2} = \frac{\omega_s - \omega_{s,inf}}{\omega_{s,sup} - \omega_{s,inf}} \cdot (\nu_{sup} - \nu_{inf}) + \nu_{inf} = \frac{0,2 - 0,1}{0,3 - 0,1} \cdot (0,051 - 0,033) + 0,033 = 0,042$$

$$\nu = P \cdot \frac{\omega_i + \omega_s}{U_i + U_s}$$

$$P_{\text{ábaco}} = \nu \cdot \frac{U_i + U_s}{\omega_i + \omega_s} = 0,042 \cdot \frac{300 + 75}{0,2 + 0,2} = 39,4 \text{ kN}$$

$$P_{\text{cálculo}} = 40,3 \text{ kN (método análisis límite)}$$

$$\text{Precisión} = \frac{P_{\text{ábaco}}}{P_{\text{cálculo}}} = \frac{39,4}{40,3} = 98\%$$

Mediante la técnica aproximada de la interpolación, no es necesario que la cantidad de armado superior adimensional coincida con ninguna de las líneas generadas, siendo el único requisito necesario que esté comprendida entre las ya existentes. El cálculo resulta intuitivo y rápido, obteniéndose un resultado con una precisión, respecto al cálculo numérico más avanzado, del 98%. El error cometido es asumible, sobre todo si se tiene en cuenta la herramienta como una primera toma de contacto en fase de predimensionado.

#### 4.10.2 Conclusiones parciales

Se ha propuesto un método que es capaz de generar ábacos de cálculo adimensionales para bóvedas con una configuración geométrica seccional y global concreta. A partir de los casos estudiados para generar y verificar el ábaco presentado, se formulan las siguientes conclusiones:

- Se observa una tendencia clara de los diferentes casos estudiados, lo que corresponde a una buena aproximación de las formulaciones propuestas y un sentido práctico de las variables adimensionales que generan.
- La función polinómica resulta una buena aproximación como línea de tendencia de las diferentes nubes de puntos, hallándose como coeficiente de determinación más bajo un 97%.
- Mediante el caso de verificación de la herramienta, se comprueba que los ábacos pueden ser una herramienta muy válida y el error cometido es asumible (2%). Es aplicable la interpolación para hallar resultados fuera de las líneas de tendencia generadas.
- Los ábacos permiten recoger resultados pertenecientes a un solo tipo de calidad de mortero y que estos sean aplicables a infinidad de casos. Es una herramienta que se genera a partir de un caso particular pero que es aplicable a casos mucho más generales. Por lo tanto, resulta una herramienta práctica y eficiente.

Estas conclusiones permiten afirmar que el método propuesto, para la generación de ábacos de predimensionado, se presenta como una aproximación válida para los casos de estudio comprobados. Con el objetivo de ampliar sus límites de aplicación, se prevé necesario un mayor conocimiento de la formulación propuesta y la comprobación de muchos más casos de estudio.

## 5 CONCLUSIONES

Después de la resolución de los casos planteados en el capítulo 4, se prevé imprescindible recopilar todos los conocimientos obtenidos y definir las características que tienen un mayor impacto en la capacidad resistente de bóvedas parabólicas de cerámica armada. El análisis de los resultados, planteado en este capítulo, pretende unificar todas las conclusiones parciales obtenidas en los diferentes estudios parciales y ser una fuente de información para el conocimiento del comportamiento de este tipo de estructuras.

El objetivo de este capítulo es definir criterios que permitan maximizar el rendimiento y la eficiencia de los materiales implicados en la capacidad resistente de la tipología estructural analizada. Las conclusiones que permiten alcanzar este objetivo han sido extraídas directamente de los análisis parciales realizados para los diferentes parámetros estudiados, y se dividen en dos bloques diferenciados, según su alcance: generales y específicas. Finalmente, la tesina propone futuros estudios que se prevén necesarios para completar el análisis presentado en este documento.

### 5.1 Conclusiones generales

Una vez analizados los resultados obtenidos del estudio paramétrico, se pueden definir diversos criterios útiles para el dimensionamiento de bóvedas de cerámica armada, así como la validez del método propuesto para la generación de ábacos adimensionales que agiliza el proceso de predimensionado de este tipo de estructuras.

Las variables y los casos planteados en el estudio han cumplido satisfactoriamente con su cometido, permitiendo observar la incidencia de los parámetros más relevantes en el comportamiento de la tipología estructural estudiada. Se debe recordar que el alcance del estudio es parcial, obteniéndose unas conclusiones relativas a bóvedas cuyas características se encuentran entre los límites definidos en la Tabla 4.1, basadas en los estudios previos realizados por Roca *et al.* (2007). Del análisis de estas variables se pueden obtener las siguientes conclusiones generales:

- La parábola es la forma de la curva directriz más resistente en comparación con la circunferencial, comprobándose su buena aproximación con la ecuación experimental de la catenaria.
- La obtención de la resistencia combinada característica de la cerámica y el mortero es un factor crítico, siendo necesaria la revisión de la formulación propuesta en el Eurocódigo 6 (1995) para los casos específicos estudiados.
- La posición más desfavorable para una carga puntual es la situada a 1/4 de la luz total de la bóveda, tal y como se concluye en los estudios de Roca *et al.* (2007).
- Es viable la generación de ábacos adimensionales para la obtención de la carga última en este tipo de estructuras a partir del método propuesto en el capítulo 4, obteniéndose un error orientativo del 2% entre el cálculo según el método numérico del análisis límite y el ábaco generado.

Estas conclusiones generalistas sirven de base para formular criterios más específicos relativos a las características globales y seccionales de las bóvedas estudiadas frente a su capacidad portante.

### 5.2 Conclusiones específicas

Seguidamente, se exponen una serie de conclusiones, obtenidas a partir del análisis de los parámetros estudiados, que define la influencia de ciertas características globales y locales propias de las bóvedas de cerámica armada:

- La adición de cargas verticales uniformemente repartidas, como el peso propio, estabiliza la estructura, permitiendo aumentar la carga puntual última (4%) pero generando mucho más empuje en los apoyos de ésta (70%).
- La flecha de la bóveda tiene un comportamiento similar al peso propio. La generación de bóvedas con valores de flecha bajos permite aumentar la carga puntual última (5%), pero el empuje impuesto en los apoyos crece hasta un 240%.
- La distancia entre apoyos tiene una influencia mucho mayor en la carga última, observándose una relación similar para el empuje último. El estudio en profundidad de la influencia de la luz en la capacidad portante de estas estructuras se prevé mucho más necesario que la flecha.
- La colocación del armado en la parte superior de la sección permite aumentar la carga puntual última hasta un 4%, generando empujes en los apoyos hasta 50% mayores. Se justifica su introducción por cuestiones de disposición constructiva o por la utilización de morteros de baja calidad.
- La posición óptima del armado en términos de carga última se encuentra próximo al centro geométrico de la sección, con unas ganancias de resistencia de hasta el 8%. Por otro lado, el empuje generado puede reducirse hasta casi el 50% concentrando la malla de armado en las cotas inferiores.
- La cantidad de armado introducido tiene una incidencia lineal en la carga última soportada por la estructura. Esta variable debe ir acompañada de una calidad del mortero que permita el total aprovechamiento del material. Esta característica permite la generación de ábacos adimensionales, que relacionan ambas variables.
- El control de deformaciones, impuesto en el método del análisis límite, permite verificar el equilibrio entre el trabajo generado por el mortero y el armado en su estado último resistente. Debe comprobarse que dicho estado se encuentre en un plano de deformaciones situado entre los dominios 2 y 3.

### 5.3 Futuras líneas de investigación

Pese a todos los análisis realizados a partir del estudio paramétrico, el alcance de la presente tesina es limitado. Se prevé la necesidad de realizar futuros estudios para complementar y corroborar las conclusiones obtenidas en los apartados anteriores, así como ampliar los límites de aplicación y alcance de los métodos propuestos. Las futuras líneas de investigación propuestas se resumen a continuación:

- Estudiar el alcance de aplicación y la precisión de la formulación propuesta en el Eurocódigo 6 (1995), referente a la resistencia característica combinada cerámica-mortero, para diferentes geometrías y resistencias mampostería.
- Verificar el método del análisis límite para casos experimentales de diferentes características seccionales y globales, ampliando el límite de aplicación del método numérico.
- Hallar la posición más desfavorable para una carga puntual de una manera mucho más precisa, discretizando al máximo las posiciones estudiadas.
- Estudiar en más detalle la precisión real del método propuesto de generación de ábacos de cálculo adimensionales, así como su viabilidad. En caso satisfactorio, ampliar el número de casos estudiados para la generación de ábacos para bóvedas con distintas luces, cantos y recubrimientos geométricos y la inclusión del empuje último generado en los apoyos.

## 6 BIBLIOGRAFIA

Block P. (2005), *Equilibrium systems: Studies in Masonry Structure*. Cambridge: MIT.

Block P, DeJong M & Ochsendorf J. (2006), *As Hangs the Flexible Line: Equilibrium of Masonry Arches*. Nexus Network Journal 8, 13-24.

Collins GR. (1963), *Antonio Gaudí: estructura y forma*. Perspecta 8, New Haven, Yale University School of Architecture.

Diel KL. (1991), Reinforced brick shells for large-span roofs. *Ziegelindustrie International* 1991;44(9):482-6.

Eurocode 6. (1995), *Design of masonry structures*. ENV 1996-1-1:1995. Brussels: CEN.

Gibert M. (2007), *Limit analysis applied to masonry arch bridges: state-of-the-art and recent developments*. ARCH'07 - 5th International Conference on Arch Bridges 2007:13-28.

Heyman J. (1966), *The Stone skeleton*. International Journal of Solids and Structures 1966;2:270-9

Huerta S. (2004), *Arcos, bóvedas y cúpulas: Geometría y equilibrio en el cálculo tradicional de estructuras de fábrica*. Madrid: Instituto Juan de Herrera.

Instrucción de Acero Estructural, EAE. (2011), Ministerio de Fomento, Madrid.

Instrucción de Hormigón Estructural, EHE. (2008), Ministerio de Fomento, Madrid.

Lourenço PB, Palacio K, Barros J. (2004), *Design recommendations for reinforced masonry arches*. In: Arch Bridges VI. Barcelona: International Center for Numerical Methods in Engineering (CIMNE); 2004. p. 583-92.

Molins C. (1998), *Capacity of Masonry Arches and Spatial Frames*. Journal of Structural Engineering.

Roca P, López-Almansa F, Miquel J & Hanganu A. (2007), *Limit analysis of reinforced masonry vaults*. Eng Struct, vol. 29, 2007, p.431-439.

Roca P. (2010), *Ancient Rules and Classical Approaches. Part 1-4. SA1 Lectures. Advanced Masters in Structural Analysis of Monuments and Historical Constructions*. Guimaraes.

Sarrablo V. (2002), *Contribución a la viabilidad de cubiertas laminares de cerámica armada mediante soluciones prefabricadas. Propuesta para láminas cilíndricas de pequeña luz*. Tesis doctoral. Barcelona: Universitat Politècnica de Catalunya.

van Dijk A. (1993), *The brick vaults of Eladio Dieste*. Eindhoven: Eindhoven University of Technology, Faculty of Architecture, Department of Structural Engineers.





## **AGRADECIMIENTOS**

La presente tesina supone para mí la finalización de una etapa muy importante de mi vida, así como el inicio de nuevos retos que marquen mi carrera profesional. Antes de plantearme esas metas, me gustaría permitirme un pequeño momento de reflexión para agradecer a todas las personas que me han ayudado en diversas facetas de mi vida durante estos últimos dos años. Ha sido para mí un gusto y un honor compartir los buenos y no tan buenos momentos con todas ellas.

A todo el profesorado de la EPSEB que ha participado en mi formación académica a lo largo de la realización del Máster en Edificación, haciendo hincapié en aquellos que forman parte del departamento de Construcciones Arquitectónicas II, con los que me siento más identificado. Muy especialmente a mi tutora de tesina, Isabel Serrà Martín, por su atención y dedicación incondicional durante este último año.

A todos y cada uno de los compañeros con los que he compartido horas de clase y estudio durante el primer año. Trabajar con ellos ha sido muy enriquecedor desde el punto de vista profesional y humano. Me gustaría nombrar de una manera muy especial a Adrián Falcón Durán, amigo que me ha acompañado de principio a fin en esta etapa y con el cuál no espero perder el contacto, pese a la distancia.

Pese a la formalidad y tecnicismo del documento, los agradecimientos que quiero expresar quedarían incompletos si no diera un especial peso a mi ámbito más personal, mi familia.

A mis padres, ante todo, por quererme y brindarme la oportunidad tan valiosa de crecer personal y profesionalmente. Sus esfuerzos realizados para darme esta formación no tienen precio. A mi hermano Sergio, con el que no he podido compartir tantos momentos estos dos años, pero al que sigo admirando por sus aspiraciones y su valentía al perseguirlas.

Quisiera dedicar la presente tesina fundamentalmente a mis abuelos Lorenzo y Rafel. Al abuelo por su dedicación y constancia a lo largo de su vida, un ejemplo para mí. A “lavi” por el cariño y espíritu generoso que me ha inculcado desde pequeño, siempre le echaré de menos.



## **Contenido del CD**

Resumen del TFM (pdf)

Memoria del TFM (pdf)

Hoja de cálculo automatizado (xlsx)

ANEJOS

Anejo A – Interfaz de la hoja de cálculo (pdf)

Anejo B – Listado de resultados del estudio (pdf)

